

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2003/04)**Nome Cognome:****Corso di Laurea:** I SI M **Matricola****Corso** A B C

1) La cooperativa di Taxi “La Puntuale” è in difficoltà a mantenere il proprio proverbiale livello di affidabilità. Ha preso gli impegni della tabella, dove sono indicate per ogni corsa il tempo in cui bisogna essere dal cliente e la durata del servizio richiesto, ma una improvvisa recrudescenza di influenza ha ridotto a 3 il numero di autisti disponibili. Il responsabile delle operazioni vuole allora determinare il numero minimo di autisti necessari per rispettare gli impegni presi, e poiché dispone di un software di Programmazione Lineare Intera, vuole formulare il problema come problema di PLI. Scrivere il problema come problema di PLI.

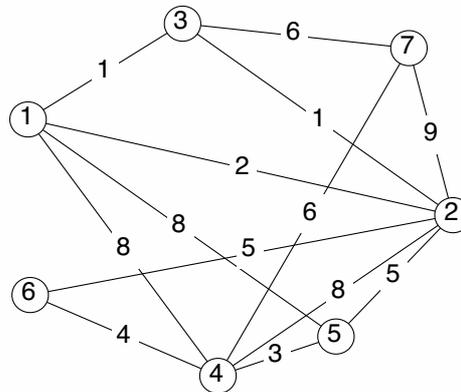
| Corse | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------|------|------|-------|-------|-------|
| Tempo inizio | 9,00 | 9,30 | 10,30 | 13,20 | 15,00 |
| Durata | 2,00 | 1,30 | 1,00 | 2,20 | 1,30 |

2) Si consideri il seguente problema di PL:

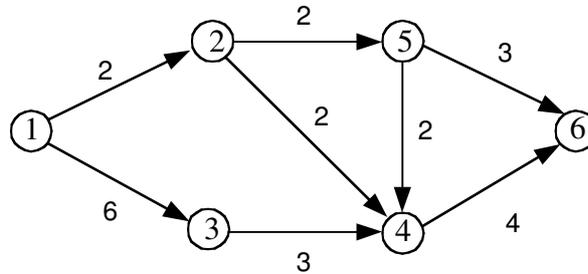
$$\begin{array}{rcll}
 \max & x_1 & + & x_2 \\
 & -x_1 & - & x_2 \leq -4 \\
 & x_1 & & \leq 4 \\
 & x_1 & + & x_2 \leq 6 \\
 & & & x_2 \leq 4
 \end{array}$$

Si consideri la soluzione $\bar{x} = (3, 3)$. Si verifichi che sia ammissibile; quindi, mediante il Teorema Forte della Dualità, si controlli se essa sia una soluzione ottima, giustificando le risposte.

3) Si consideri il grafo di figura in cui sugli archi sono indicati i costi. Determinare l'albero di copertura ottimo, utilizzando l'algoritmo *Greedy – MST*. Si fornisca la sequenza delle operazioni di inserzione effettuate, cioè il taglio (N', N'') e l'arco (u, v) selezionati. Verificare se l'albero ottimo trovato è unico, giustificando la risposta.



4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Durante la ricerca di un cammino aumentante, si visitino gli archi della stella uscente del nodo corrente-mente esaminato secondo l'ordine crescente dei rispettivi nodi testa (ad es., (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio.



5) Si consideri il seguente problema di P.L. su Coni:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 4x_1 - x_2 \\
 & -x_1 \leq 0 \\
 & -3x_1 - x_2 \leq 0 \\
 & -4x_1 - x_2 \leq 0 \\
 & x_1 - x_2 \leq 0
 \end{aligned}$$

Si dimostri che il problema ha ottimo illimitato applicando l'algoritmo del Simpleso su Coni, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la soluzione di base duale, l'indice entrante, la direzione di crescita determinata e l'indice uscente, giustificando le risposte. Al termine si verifichi, sempre per via algebrica, se la direzione ammissibile di crescita restituita dall'algoritmo resti ancora ammissibile e/o di crescita nel caso in cui il vettore dei costi c fosse modificato in $c' = (1, -4)$.

6) Si risolva geometricamente per mezzo dell'algoritmo del Simpleso Primale il problema di P.L. in figura, partendo dalla base $B = \{4, 5\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, il segno delle variabili duali in base e gli indici uscente ed entrante, e si riportino sulla figura la soluzione primale e la direzione di spostamento. Indicare poi, se ce ne sono, quali fra le basi trovate sono primali e/o duali degeneri. Fornire infine tutte le basi ottime.

