RICERCA OPERATIVA (a.a. 2003/04)

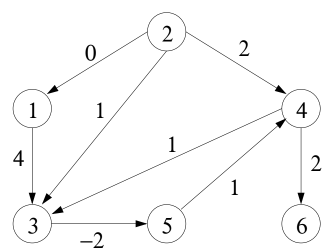
Nome Cognome:

Corso di Laurea: I SI M **Matricola** Corso A B C

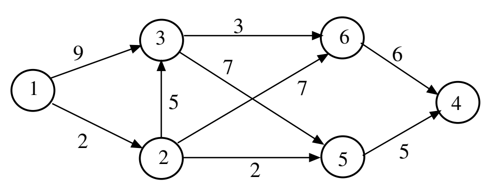
1) Un'azienda vinicola ha n clienti, ognuno dei quali richiede b_i casse di vino, $i = 1, \ldots, n$. L'azienda decide di costruire p cantine per rendere efficiente la distribuzione del vino ai clienti. Ognuna delle p cantine può essere costruita con capacità U oppure u (espresse come numero di casse di vino). Per ogni cantina di capacità U, l'azienda sosterrà un costo di costruzione pari a c_1, mentre per ogni cantina di capacità u l'azienda sosterrà un costo di costruzione pari a c_2. Sia c_{ij} il costo sostenuto dall'azienda nel caso in cui il cliente i si rifornisca dalla cantina j, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, p$.

Si formuli in termini di P.L.I. il problema di stabilire le capacità delle p cantine, e decidere l'assegnamento dei clienti alle cantine (ogni cliente va assegnato ad una sola cantina), in modo da soddisfare le richieste dei clienti e rispettare i vincoli di capacità, minimizzando il costo totale sostenuto dall'azienda.

2) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 2 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale, giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u, i vettori dei predecessori e delle etichette, l'insieme dei nodi candidati Q. Ad ogni iterazione si visitino gli archi in ordine crescente dei rispettivi nodi testa. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.



3) Si risolva il problema del flusso massimo dal nodo 1 al nodo 4 relativamente all'istanza in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Durante la ricerca di un cammino aumentante, si visitino gli archi della stella uscente del nodo correntemente esaminato secondo l'ordine crescente dei rispettivi nodi testa (ad es., (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione indicare il flusso x, il suo valore v, il cammino aumentante utilizzato e la sua capacità θ. Al termine indicare il taglio di capacità minima determinato dall'algoritmo.

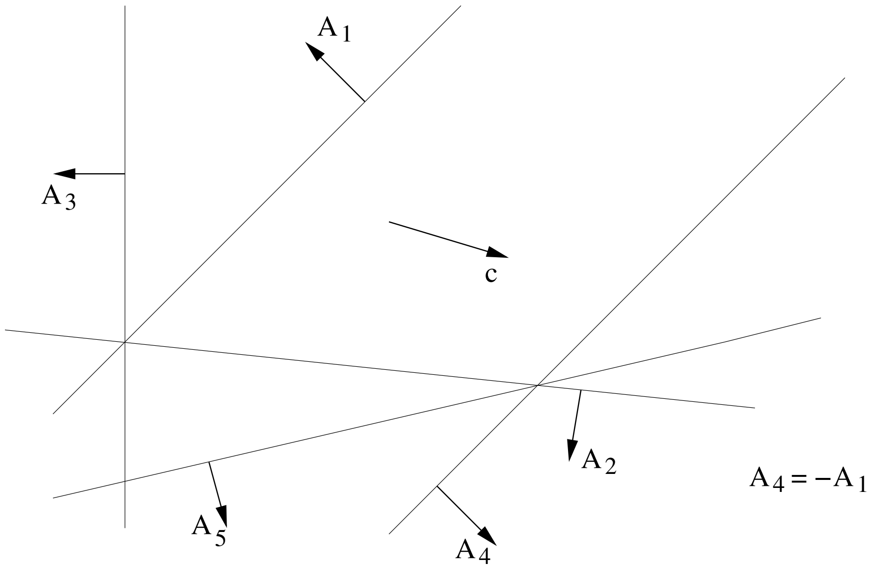


4) Si consideri il seguente problema di PL:

$$
\begin{array}{rrcrl}
\max & 2x_1 & - & x_2 & \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq 4 \\
 & x_1 & - & 2x_2 & \leq 1 \\
 & 2x_1 & + & 5x_2 & \leq 12 \\
 & 3x_1 & - & x_2 & \leq 8
\end{array}
$$

Si considerino le soluzioni ammissibili $x^1 = (3, 1)$, $x^2 = (1, 2)$ e $x^3 = (1, 0)$. Si verifichi per via algebrica se le direzioni $\xi^1 = (0, 1)$, $\xi^2 = (2, -1)$ e $\xi^3 = (2, 1)$ sono ammissibili e/o di crescita per x^1, x^2 e x^3, rispettivamente, giustificando le risposte.

5) Si risolva geometricamente per mezzo dell'algoritmo del Simplesso Primale il problema di P.L. in figura, partendo dalla base $B = \{1, 3\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, il segno delle variabili duali in base e gli indici uscente ed entrante, e si riportino sulla figura la soluzione primale e la direzione di spostamento, giustificando le risposte.



6) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$
\begin{array}{rrcrcl}
\max & x_1 & + & x_2 & & \\
 & x_1 & - & x_2 & \leq & 1 \\
 & x_1 & + & 3x_2 & \leq & 3 \\
 & & & x_2 & \leq & 1 \\
 & x_1 & & & \leq & 0
\end{array}
$$

Si applichi l'algoritmo del Simplesso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 3\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente k, il vettore η_B, il passo $\bar{\theta}$ e l'indice entrante h, giustificando le risposte.