RICERCA OPERATIVA (a.a. 2003/04)

Nome Cognome:

Corso di Laurea: I SI M **Matricola** Corso A B C

1) Su una rete telefonica, rappresentata da un grafo orientato $G = (N, A)$, devono essere inviati due tipi di pacchetti, v e d: il nodo s_1 deve inviare p_1 pacchetti di tipo v al nodo t_1, mentre il nodo s_2 deve inviare p_2 pacchetti di tipo d al nodo t_2. Il costo unitario di trasmissione lungo un arco (i, j) è c^v_{ij} nel caso di trasmissione di un pacchetto di tipo v, e c^d_{ij} nel caso di trasmissione di un pacchetto di tipo d.

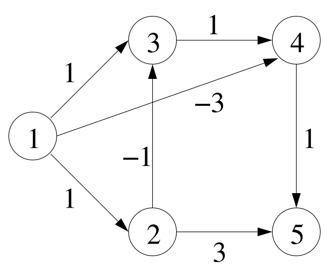
Sapendo che ogni arco (i, j) può trasmettere al più u^v_{ij} pacchetti di tipo v e al più u^d_{ij} pacchetti di tipo d, e che comunque non può trasmettere più di u_{ij} pacchetti complessivamente (sia di tipo v che d), si formuli in termini di P.L.I. il problema di inviare i pacchetti da s_1 a t_1 e da s_2 a t_2 in modo da rispettare i vincoli di capacità e minimizzare il costo di trasmissione.

2) Si consideri la seguente formula logica: $e = (a \wedge d) \vee (b \wedge c)$.

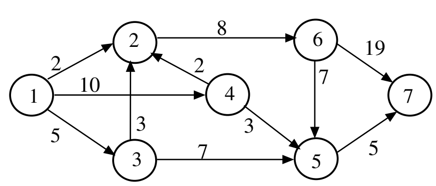
Si verifichi se la formulazione analitica sotto riportata soddisfa le specifiche di una formulazione di P.L.I., giustificando la risposta. In caso negativo si modifichi opportunamente la formulazione, trasformandola in una formulazione di P.L.I.

$$v = x(a) * x(d), \quad w = x(b) * x(c)$$
$$x(e) \geq v, \quad x(e) \geq w, \quad x(e) \leq v + w$$
$$x(a), x(b), x(c), x(d), x(e), v, w \in \{0, 1\}$$

3) Si verifichi se il grafo in figura è aciclico, giustificando la risposta. Si determini poi un albero dei cammini minimi di radice $r = 1$, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e motivando la scelta effettuata. Per ciascuna iterazione si forniscano il nodo i selezionato, i vettori delle etichette e dei predecessori. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.



4) Si risolva il problema del flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7 relativamente all'istanza in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Ad ogni iterazione indicare il flusso x, il suo valore v, il cammino aumentante utilizzato e la sua capacità θ. Al termine indicare il taglio di capacità minima determinato dall'algoritmo.



5) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rrcrl}
\max & -4x_1 & + & x_2 & \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq 7 \\
 & x_1 & - & x_2 & \leq -1 \\
 & x_1 & & & \leq 3 \\
 & 2x_1 & - & x_2 & \leq 5
\end{array}$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\overline{x} = (2, 3)$ è ottima per il problema. In caso affermativo, si individui l'insieme delle soluzioni duali ammissibili complementari a $\overline{x}$. Giustificare le risposte.

6) Si risolva geometricamente per mezzo dell'algoritmo del Simplesso Primale il problema di P.L. in figura, partendo dalla base $B = \{3, 4\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, il segno delle variabili duali in base e gli indici uscente ed entrante, e si riportino sulla figura la soluzione primale e la direzione di spostamento, giustificando le risposte.