

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2003/04)**Nome Cognome:****Corso di Laurea:**☐ I☐ SI☐ M**Matricola****Corso**☐ A☐ B☐ C

1) La ditta di trasporti FurgonFast deve suddividere tra tre diversi trasportatori n oggetti da trasportare da una origine o ad una destinazione d del territorio toscano. L'oggetto i pesa p_i chili, $i = 1, \dots, n$; ogni trasportatore possiede un TIR che può trasportare al massimo u chili.

Dato che il costo del trasporto dipende dal peso di ciascun TIR, al fine di non creare favoritismi tra i trasportatori, la ditta FurgonFast decide di suddividere gli oggetti tra i tre trasportatori in modo da minimizzare la differenza di peso tra il TIR più carico e quello meno carico. Formulare il problema della ditta FurgonFast come problema di P.L.I.

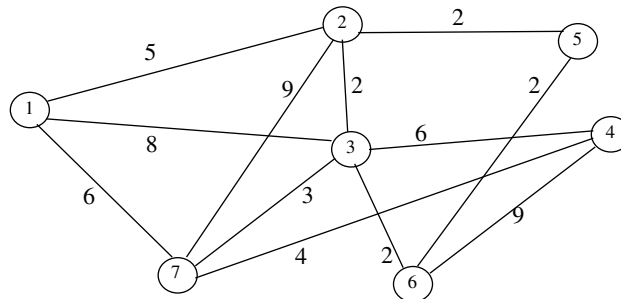
2) Si consideri il seguente problema di PL, parametrico rispetto al parametro α :

$$\begin{array}{llll} \max & x_1 & + & 2x_2 & + & \alpha x_3 \\ & 2x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 2 \\ & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

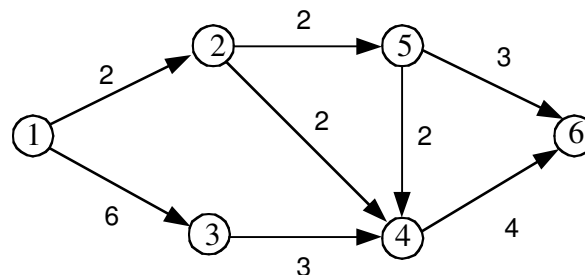
Assumendo $\alpha = 1$, si determini una soluzione ottima del problema, utilizzando il Teorema degli scarti complementari. Si indichi quindi per quali valori di α la soluzione trovata resta ottima. Giustificare le risposte.

3) Si applichi l'algoritmo di Kruskal per determinare un albero di copertura di costo minimo sul grafo in figura. Per ogni iterazione si indichino: l'arco in esame; quale fra le operazioni di inserzione e cancellazione viene applicata; nel primo caso, mostrare un taglio e, nel secondo, fornire il ciclo individuato dall'algoritmo. Al termine fornire l'albero di copertura di costo minimo $T = (N, A_T)$.

La soluzione è unica? Giustificare la risposta.



4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Durante la ricerca di un cammino aumentante, si visitino gli archi della stella uscente del nodo correntemente esaminato secondo l'ordine crescente dei rispettivi nodi testa (ad es., $(1,2)$ è visitato prima di $(1,3)$). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio.



5) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcll} \max & x_1 & & \\ & -2x_1 & + & 3x_2 \leq 2 \\ & -x_1 & - & x_2 \leq 1 \\ & -x_1 & + & 2x_2 \leq 1 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq 1 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simpleso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{2, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte.

6) Si risolva graficamente il problema di P.L. indicato in figura, utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale a partire dalla base $B = \{3, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l'indice entrante k , i segni delle componenti dei vettori $\bar{y}_B$ e η_B , l'indice uscente h , giustificando le risposte.

