

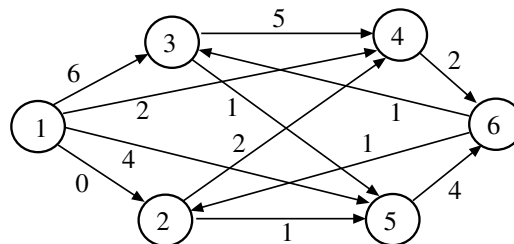
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2004/05)

Nome Cognome:

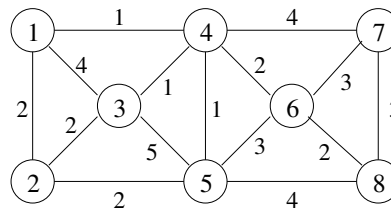
Corso di Laurea: ☐ I ☐ SI ☐ M Matricola

1) Si consideri una rete di telecomunicazione descritta da un grafo orientato $G = (N, A)$, in cui ad ogni linea $(i, j) \in A$ è associata una capacità di trasmissione u_{ij} . Un'azienda di telecomunicazione decide di affittare alcune linee di G , per inviare lungo di esse b pacchetti da un nodo sorgente $s \in N$ ad un nodo destinazione $t \in N$. Indicando con c_{ij} il costo di affitto della linea (i, j) , si formuli in termini di P.L.I. il problema di decidere quali linee affittare, e di inviare b pacchetti da s a t utilizzando solo linee affittate, in modo tale da minimizzare il costo totale d'affitto delle linee.

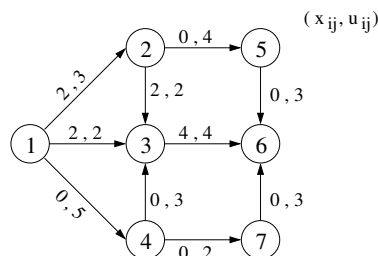
2) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, l'insieme dei nodi candidati Q . Ad ogni iterazione si visitino gli archi in ordine crescente dei rispettivi nodi testa. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.



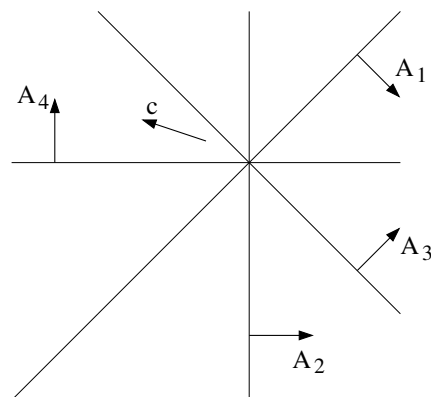
3) Si applichi l'algoritmo di Kruskal per determinare un albero di copertura di costo minimo sul grafo in figura. Per ogni iterazione si indichino: l'arco in esame; quale fra le operazioni di inserzione e cancellazione viene applicata; nel primo caso, mostrare un taglio e, nel secondo, fornire il ciclo individuato dall'algoritmo. Al termine fornire l'albero di copertura di costo minimo $T = (N, A_T)$.



4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura di valore $v = 4$. Durante la ricerca di un cammino aumentante, si visitino gli archi della stella uscente del nodo correntemente esaminato secondo l'ordine crescente dei rispettivi nodi testa (ad es., $(1,2)$ è visitato prima di $(1,3)$). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio.



5) Si risolva geometricamente per mezzo dell'algoritmo del Simpleso Primale il problema di P.L. in figura, partendo dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, il segno delle variabili duali in base e gli indici uscente ed entrante, e si riportino sulla figura la soluzione primale e la direzione di spostamento, giustificando le risposte.



6) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcll}
 \max & x_1 & + & x_2 \\
 & x_1 & + & x_2 \leq -1 \\
 & -x_1 & & \leq 0 \\
 & 2x_1 & - & x_2 \leq 1 \\
 & & & x_2 \leq 4 \\
 & -2x_1 & + & x_2 \leq 5 \\
 & & - & x_2 \leq -1
 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{3, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l'indice entrante h , giustificando le risposte.