

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2004/05)

1) Un importante gruppo commerciale ha deciso di aprire m punti vendita per rifornire n clienti. Sia u_j il massimo numero di clienti che il punto vendita j è in grado di rifornire, $j = 1, \dots, m$. Un'indagine di mercato ha permesso di stimare il coefficiente di soddisfazione, s_{ij} , del cliente i nel caso in cui venisse rifornito dal punto vendita j , $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, m$.

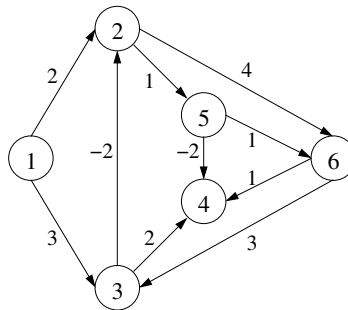
Indicando con p_j il premio che il punto vendita j riceverà dal gruppo commerciale nel caso in cui il soddisfacimento totale dei clienti da esso riforniti risulterà maggiore o uguale ad una prefissata soglia S , si formuli in termini di P.L.I. il problema di assegnare gli n clienti agli m punti vendita rispettando i vincoli di capacità e massimizzando la somma dei premi ricevuti dai punti vendita.

2) Si consideri il seguente problema di P.L.:

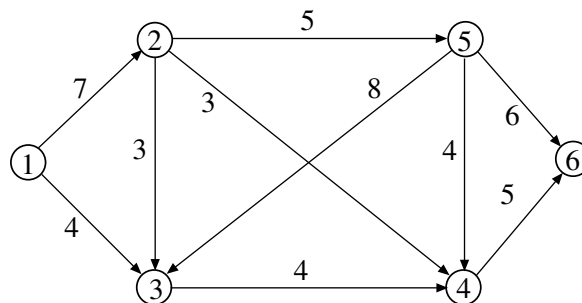
$$\begin{array}{rcll} \max & x_1 & + & 3x_2 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq 5 \\ & -x_1 & & \leq 0 \\ & -4x_1 & + & x_2 \leq 12 \\ & & & -x_2 \leq 1 \end{array}$$

Data la soluzione ammissibile $\bar{x} = (0, 5)$, si verifichi per via algebrica se le direzioni $\xi_1 = (1, 2)$, $\xi_2 = (1, 1)$ e $\xi_3 = (0, -1)$ siano ammissibili e/o di crescita per $\bar{x}$. Indicare quindi se qualcuna delle direzioni ammissibili di crescita sia anche illimitata, motivando la risposta.

3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, l'insieme dei nodi candidati Q . Ad ogni iterazione si visitino gli archi in ordine crescente dei rispettivi nodi testa. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.



4) Si risolva il problema del flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 relativamente all'istanza in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Ad ogni iterazione indicare il flusso x , il suo valore v , il cammino aumentante utilizzato e la sua capacità θ . Al termine indicare il taglio di capacità minima determinato dall'algoritmo con la relativa capacità. Durante la visita del grafo residuo, si esaminino gli archi della stella uscente per ordine di nodo testa crescente.



5) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcccccccl} \max & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & & & \\ & x_1 & & & + & x_3 & \leq & 1 & \\ & & & x_2 & + & x_3 & \leq & 1 & \\ & x_1 & - & 3x_2 & - & 2x_3 & \leq & -2 & \end{array}$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{x} = (1, 1, 0)$ è ottima per il problema. In caso affermativo, si individui l'insieme delle soluzioni duali ammissibili complementari a $\bar{x}$. Giustificare le risposte.

6) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcccccccl} \max & x_1 & & & & & & & \\ & x_1 & + & x_2 & \leq & 4 & & & \\ & & & x_2 & \leq & 2 & & & \\ & x_1 & - & 2x_2 & \leq & -2 & & & \\ & -x_1 & + & x_2 & \leq & 1 & & & \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simpleso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{3, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte. Si specifichi inoltre l'eventuale degenerazione primale e duale delle basi analizzate dall'algoritmo.