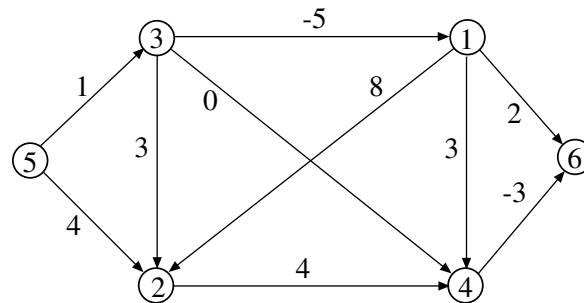


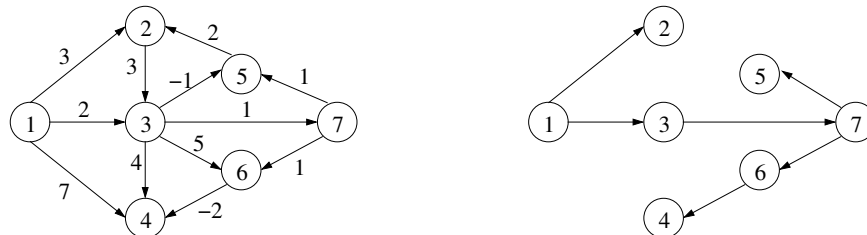
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2004/05)

1) Si consideri una rete di telecomunicazione descritta da un grafo orientato $G = (N, A)$. Il gestore della rete deve inviare un messaggio da un nodo sorgente $s \in N$ ad un nodo destinazione $t \in N$. Per velocizzare l'invio, ed evitare conflitti lungo i link della rete, il gestore decide di suddividere il messaggio in due pacchetti, e di inviare i due pacchetti simultaneamente lungo due cammini di G da s a t formati da archi tra loro disgiunti. Indicando con t_{ij} il tempo di transito lungo la linea (i, j) , si formuli in termini di P.L.I. il problema di inviare i due pacchetti da s a t lungo due cammini disgiunti del grafo, in modo tale da minimizzare il tempo in cui l'intero messaggio giunge a destinazione, ossia il massimo tra i tempi di arrivo dei due pacchetti in t (si assuma che il gestore invii simultaneamente i due pacchetti dal nodo s al tempo zero).

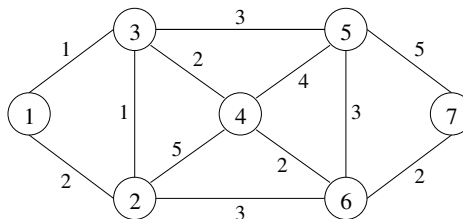
2) Si verifichi se il grafo in figura è aciclico. Si determini poi un albero dei cammini minimi di radice $r = 1$ (dopo l'eventuale rinumerazione), utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e motivando la scelta effettuata. Per ciascuna iterazione si forniscano il nodo i selezionato, i vettori delle etichette e dei predecessori. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.



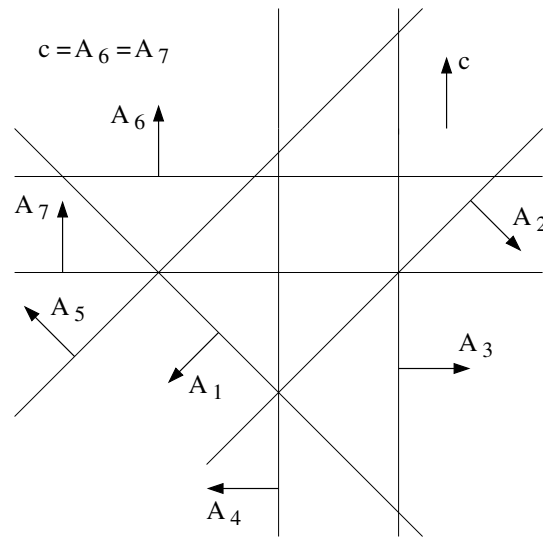
3) Si enuncino le condizioni di ottimalità per il problema di determinare un albero dei cammini minimi di radice r in un grafo orientato $G = (N, A)$. Dati il grafo e l'albero T_1 di radice $r = 1$ in figura, si verifichi quindi se T_1 è un albero dei cammini minimi di radice 1 per il grafo in esame, utilizzando le condizioni di ottimalità precedentemente enunciate. Giustificare la risposta.



4) Si applichi l'algoritmo di Kruskal per determinare un albero di copertura di costo minimo sul grafo in figura. Per ogni iterazione si indichino: l'arco in esame; quale fra le operazioni di inserzione e cancellazione viene applicata; nel primo caso mostrare un taglio, nel secondo fornire il ciclo individuato dall'algoritmo. Al termine fornire l'albero di copertura di costo minimo $T = (N, A_T)$.



5) Si risolva geometricamente per mezzo dell'algoritmo del Simpleso Primale il problema di P.L. in figura, partendo dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, il segno delle variabili duali in base e gli indici uscente ed entrante, e si riportino sulla figura la soluzione primale e la direzione di spostamento, giustificando le risposte.



6) Si risolva graficamente il problema di P.L. indicato in figura, utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale a partire dalla base $B = \{1, 6\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l'indice entrante k , i segni delle componenti dei vettori $\bar{y}_B$ e η_B , l'indice uscente h , giustificando le risposte.

