RICERCA OPERATIVA (a.a. 2004/05)

1) Un'impresa specializzata nel commercio di pesce surgelato decide di aprire m magazzini per rifornire n mercati. L'impresa deve stabilire la capacità di ogni magazzino, che può essere scelta nell'insieme $\{q_1, q_2, q_3, q_4\}$. Il costo di attivazione di ogni magazzino è proporzionale alla capacità scelta per il magazzino stesso: sia c il costo di attivazione per ogni unità di capacità (quindi, se un magazzino viene attivato con capacità q_1, il suo costo di attivazione è cq_1).

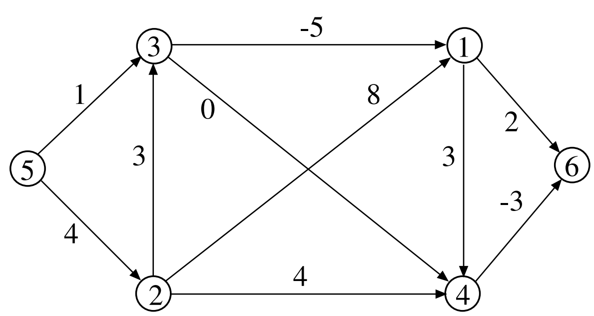
Sapendo che il mercato i ha domanda d_i, $i = 1, \ldots, n$, si formuli in termini di P.L.I. il problema di stabilire la capacità dei magazzini, ed assegnare gli n mercati agli m magazzini, in modo da rispettare le capacità e minimizzando il costo totale di attivazione.

2) Si consideri il seguente problema di P.L.:

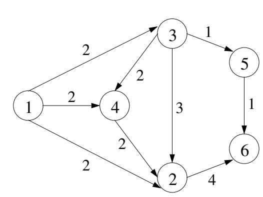
$$\begin{array}{rrcrcr}
\max & x_1 & + & 3x_2 & & \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & 5 \\
 & -x_1 & & & \leq & 0 \\
 & -4x_1 & + & x_2 & \leq & 12 \\
 & & - & x_2 & \leq & 1
\end{array}$$

Data la soluzione ammissibile $\bar{x} = (0, 5)$, si verifichi per via algebrica se le direzioni $\xi_1 = (0, -2)$, $\xi_2 = (1, 3)$ e $\xi_3 = (1, 1)$ siano ammissibili e /o di crescita per $\bar{x}$. Indicare quindi se qualcuna delle direzioni ammissibili di crescita sia anche illimitata, motivando la risposta.

3) Si verifichi se il grafo in figura è aciclico. Si determini poi un albero dei cammini minimi di radice $r = 1$ (dopo l'eventuale rinumerazione), utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e motivando la scelta effettuata. Per ciascuna iterazione si forniscano il nodo i selezionato, i vettori delle etichette e dei predecessori. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.



4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Durante la ricerca di un cammino aumentante, si visitino gli archi della stella uscente del nodo correntemente esaminato secondo l'ordine crescente dei rispettivi nodi testa (ad es., (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s, l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio.



5) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rrcrcr}
\max & 2x_1 & + & 6x_2 & & \\
 & x_1 & + & 3x_2 & \leq & 5 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 6 \\
 & x_1 & + & 4x_2 & \leq & 6 \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 4
\end{array}$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{x} = (2, 1)$ è ottima per il problema. In caso affermativo, si individui l'insieme delle soluzioni duali ottime. Giustificare le risposte.

6) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\max & x_1 & + & x_2 & & \\
 & & - & x_2 & \leq & 0 \\
 & -2x_1 & - & x_2 & \leq & 0 \\
 & -x_1 & & & \leq & 0 \\
 & & & x_2 & \leq & 8
\end{array}
$$

Si applichi l'algoritmo del Simplesso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte.