

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2005/06)

1) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcllcl}
 \max & x_1 & + & 2x_2 & & \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 8 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 12 \\
 & & & x_2 & \leq & 5 \\
 & 3x_1 & - & x_2 & \leq & 4
 \end{array}$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{x} = (3, 5)$ è ottima per il problema. Giustificare la risposta.

2) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcllcl}
 \max & x_1 & + & x_2 & & \\
 & x_1 & & & \leq & 2 \\
 & & & x_2 & \leq & 2 \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\
 & -x_1 & & & \leq & 1
 \end{array}$$

- (a) Si indichino basi che siano rispettivamente: (i) primale ammissibile e non degenerare (ii) primale non ammissibile e degenerare (iii) duale ammissibile e degenerare (iv) duale ammissibile e non degenerare.
- (b) Si individui geometricamente l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema.
- (c) Si modifichi la funzione obiettivo in modo che il nuovo problema risulti essere superiormente illimitato. Giustificare tutte le risposte.

3) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcllcl}
 \max & & - & x_2 & & \\
 & & & x_2 & \leq & 4 \\
 & -2x_1 & + & x_2 & \leq & 1 \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & -1 \\
 & -x_1 & & & \leq & -1 \\
 & -x_1 & - & 2x_2 & \leq & -1
 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simpleso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{2, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte.

4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Durante la ricerca di un cammino aumentante, si visitino gli archi della stella uscente del nodo correntemente esaminato secondo l'ordine crescente dei rispettivi nodi testa (ad es., (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio.

