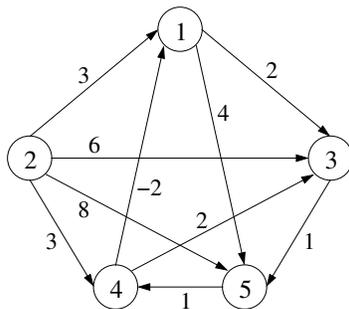


RICERCA OPERATIVA (a.a. 2005/06)

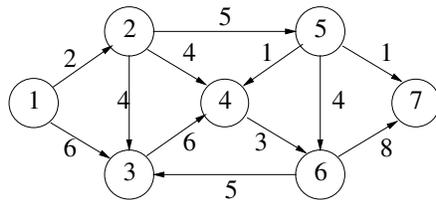
1) Tommaso sta pianificando la sua prossima partita a ScavolizationTM, famoso gioco a turni. In ciascuno degli n turni del gioco Tommaso deve scoprire una delle n tecnologie disponibili. Per poter individuare una data tecnologia, però, il giocatore deve aver già scoperto tutte le tecnologie ad essa “precedenti”; per ogni $i = 1, \dots, n$ è dato un insieme $P(i)$, eventualmente vuoto, delle tecnologie che è necessario aver già scoperto per scoprire la tecnologia i . Tommaso ha deciso di perseguire una “cultural victory”; ogni tecnologia $i = 1, \dots, n$, una volta scoperta, fornisce al giocatore c_i “punti cultura” per tutti i turni successivi a quello in cui viene scoperta, fino alla fine del gioco. Si scriva in termini di P.L.I. il problema di decidere in che ordine scoprire le n tecnologie, rispettando i vincoli di precedenza, in modo da massimizzare il numero di “punti cultura” ottenuti da Tommaso alla fine del gioco.

2) Si formuli, in termini di P.L.I., il problema di minimizzare il costo mensile di stoccaggio $c(x)$ di un’azienda, che vale 0 nel caso in cui la quantità x di merce stoccata in magazzino sia compresa tra 0 e 10 bancali, ed è invece definito dalla funzione lineare $50 + x$ nel caso in cui il numero x di bancali stoccati sia maggiore di 10 e minore o uguale della capacità del magazzino, che è pari a 100 bancali. Per esigenze di produzione l’azienda necessita di stoccare almeno L bancali al mese. Si dimostri la correttezza della formulazione proposta.

3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 2 sul grafo in figura, utilizzando l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, l’insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato.



4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7 sulla rete in figura, utilizzando l’algoritmo di Edmonds e Karp. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l’ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad es., (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l’albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità e il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine si indichi il taglio di capacità minima ottenuto, specificando l’insieme dei nodi N_s , l’insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio.



5) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 9y_1 + y_2 + 2y_3 + y_4 \\
 & 3y_1 - 2y_2 + y_3 - y_4 = 4 \\
 & y_1 + y_2 + y_4 = 3 \\
 & y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{y} = (1, 0, 3, 2)$ è ottima per il problema. Giustificare la risposta.

6) Si risolva geometricamente, per mezzo dell'algoritmo del Simpleso Primale, il problema di PL di figura a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base \bar{x} e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo.

