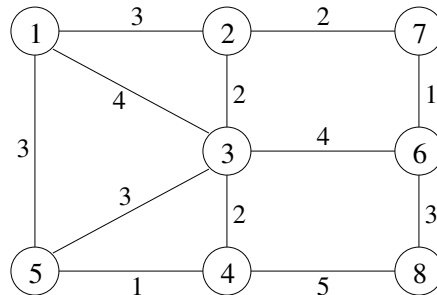


RICERCA OPERATIVA (a.a. 2005/06)

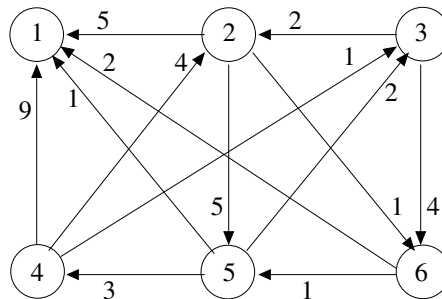
1) La ditta *NoFrost* deve organizzare la spedizione di parti di ricambio per impianti di riscaldamento dal proprio deposito centrale verso i suoi siti cliente. Sia $G = (N, A)$, $|N| = n$, il grafo orientato che descrive la rete dei collegamenti utilizzabile per la spedizione: il deposito centrale è localizzato nel nodo 1, mentre i siti cliente corrispondono ai rimanenti $n - 1$ nodi della rete. Sia d_i la richiesta del cliente i , $i = 2, \dots, n$. Sia inoltre u_{ij} la massima quantità di prodotto inviabile lungo il collegamento $(i, j) \in A$. I manager *NoFrost* decidono di effettuare la spedizione utilizzando $n - 1$ collegamenti, ed esprimono la propria preferenza, sia p_{ij} , derivante dall'utilizzo del collegamento (i, j) per la spedizione.

Si formuli in termini di P.L.I. il problema di decidere quale sottoinsieme di $n - 1$ collegamenti utilizzare per effettuare la spedizione dal deposito centrale ai siti cliente, in modo tale da soddisfare le richieste dei clienti e rispettando i vincoli di capacità associati ai collegamenti, con l'obiettivo di massimizzare la preferenza totale derivante dai collegamenti utilizzati (la preferenza totale è la somma delle preferenze associate ai singoli collegamenti utilizzati).

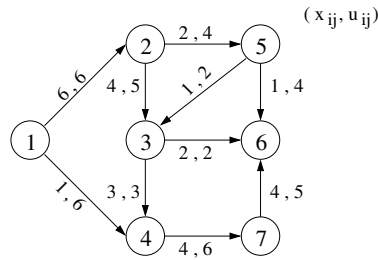
2) Si consideri il problema di determinare un albero di copertura di costo minimo sul grafo in figura. Supponiamo che, dopo l'esecuzione di cinque iterazioni dell'algoritmo *Greedy-MST*, la soluzione parziale sia costituita dall'insieme di archi $S = \{(1, 2), (2, 3), (6, 8)\}$, mentre $R = \{(3, 5), (3, 6)\}$ costituisca l'insieme degli archi cancellati. Si indichi quali tra i tagli $(\{1, 2, 5\}, \{3, 4, 6, 7, 8\})$ e $(\{1, 2, 3, 7\}, \{4, 5, 6, 8\})$ e quali tra i cicli $(1, 2, 3, 5)$ e $(1, 3, 4, 8, 6, 7, 2)$ individuano, rispettivamente, un'operazione di inserzione ed un'operazione di cancellazione nel corso dell'iterazione successiva dell'algoritmo. Nei casi in cui un'operazione sia effettivamente eseguibile, si specifichi quale arco viene inserito o cancellato. Giustificare le risposte.



3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 4 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, l'insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.



4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura di valore $v = 7$. Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio.



5) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcll}
 \max & -x_1 & - & 2x_2 \\
 & -x_1 & - & x_2 \leq 4 \\
 & -x_1 & & \leq 2 \\
 & & x_2 & \leq 2 \\
 & -2x_1 & - & x_2 \leq 4 \\
 & -x_1 & + & x_2 \leq 2
 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simpleso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{3, 5\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte.

6) Si risolva graficamente il problema di PL indicato in figura, utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale a partire dalla base $B = \{1, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l'indice entrante k , i segni delle componenti dei vettori y_B e η_B , l'indice uscente h , giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo.

