

## RICERCA OPERATIVA (a.a. 2006/07)

1) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcllcl}
 \max & x_1 & & & & \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\
 & & & x_2 & \leq & 2 \\
 & x_1 & - & 2x_2 & \leq & -2 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & 4
 \end{array}$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari si verifichi se la soluzione  $\bar{x} = (2, 2)$  è ottima per il problema, giustificando la risposta. In caso affermativo, si determini l'insieme delle soluzioni duali ottime.

2) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcllcl}
 \max & -x_1 & - & 2x_2 & & \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 3 \\
 & x_1 & & & \leq & 1 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & 1 \\
 & & & x_2 & \leq & 4
 \end{array}$$

Utilizzando il Lemma di Farkas, si verifichi se la soluzione  $\bar{x} = (1, 2)$  è ottima per tale problema. In caso negativo, si determini una direzione ammissibile di crescita per  $\bar{x}$ . Giustificare le risposte.

3) Si applichi al seguente problema di PL

$$\begin{array}{rcllcl}
 \max & x_1 & & & & \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & 0 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & 0 \\
 & & & x_2 & \leq & 2 \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\
 & -x_1 & & & \leq & 4
 \end{array}$$

l'algoritmo del Simplexso Primale, per via algebrica, a partire dalla base  $B = \{1, 2\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte.

4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 5 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi  $N_s$ , l'insieme dei nodi  $N_t$  e la capacità del taglio.

