

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2006/07)

1) Si consideri una rete logistica descritta da un grafo orientato $G = (N, A)$. La ditta *GoOn* vuole organizzare una spedizione lungo tale rete. Specificatamente, deve inviare b pacchi dal nodo $s \in N$ al nodo $t \in N$. Per motivi gestionali, *GoOn* richiede che il numero dei nodi della rete interessati dal transito dei pacchi, a parte s e t , non sia superiore a K .

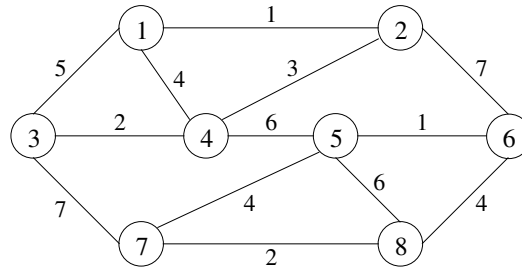
Noto il numero massimo di pacchi u_{ij} inviabili lungo il collegamento $(i, j) \in A$, e noto il costo unitario di invio c_{ij} lungo (i, j) , si formuli in termini di P.L.I. il problema di effettuare l'invio da s a t a costo minimo, rispettando la capacità dei collegamenti ed il vincolo relativo al numero di nodi interessati dal transito.

2) (i) Si consideri la sequenza $\{\bar{y}^1, \bar{y}^2, \dots, \bar{y}^\ell\}$ di soluzioni duali di base generate da una generica esecuzione dell'algoritmo del Simplexso Primal. Dimostrare che $\bar{y}^i \neq \bar{y}^{i+1}$ per ogni $i = 1, \dots, \ell - 1$.

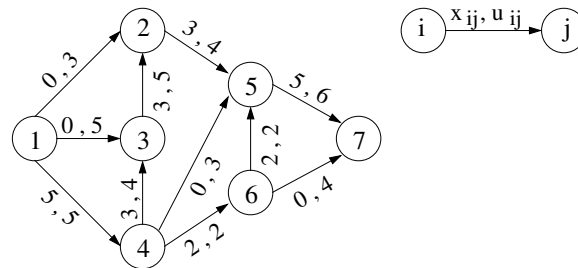
(ii) Si consideri la sequenza $\{\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^\ell\}$ di soluzioni primali di base generate da una generica esecuzione dell'algoritmo del Simplexso Duale. Dimostrare che $\bar{x}^i \neq \bar{x}^{i+1}$ per ogni $i = 1, \dots, \ell - 1$.

(suggerimento: si considerino le definizioni di indice uscente e di indice entrante)

3) Si applichi l'algoritmo di Kruskal per determinare un albero di copertura di costo minimo sul grafo in figura. Per ogni iterazione si indichino: l'arco in esame e quale fra le operazioni di inserzione e cancellazione viene applicata; nel primo caso mostrare un taglio, nel secondo fornire il ciclo individuato dall'algoritmo. Al termine fornire l'albero di copertura di costo minimo $T = (N, A_T)$.



4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura di valore $v = 5$. Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio.



5) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcllcl}
 \min & 2y_1 & + & 5y_2 & + & 3y_3 & + & y_4 \\
 & y_1 & + & 2y_2 & + & y_3 & + & y_4 & = & 2 \\
 & y_1 & - & y_2 & & & + & y_4 & = & 1 \\
 & y_1 & + & y_2 & - & y_3 & & & = & -1 \\
 & y_1, & & y_2, & & y_3, & & y_4 & \geq & 0
 \end{array}$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{y} = (0, 0, 1, 1)$ è ottima per il problema. Giustificare la risposta.

6) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcllcl} \max & x_1 & & & & \\ & & - & x_2 & \leq & 0 \\ & & & x_2 & \leq & 2 \\ & -x_1 & + & 2x_2 & \leq & 1 \\ & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 7 \\ & x_1 & + & x_2 & \leq & 5 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simplexso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{2, 3\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte.