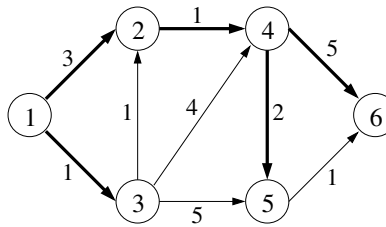


RICERCA OPERATIVA (a.a. 2006/07)

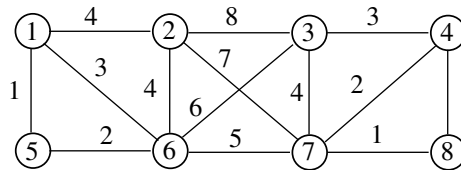
1) Si consideri una rete logistica descritta da un grafo orientato aciclico $G = (N, A)$. La ditta *InTime* deve organizzare una spedizione lungo tale rete. Specificatamente, *InTime* deve inviare un furgone dal nodo $s \in N$ al nodo $d \in N$ lungo un cammino di G . Sia c_{ij} il costo che *InTime* deve sostenere nel caso in cui decida di utilizzare il collegamento (i, j) per la spedizione, e sia B il budget complessivo disponibile per la spedizione. Sia inoltre t_{ij} il tempo stimato di transito del furgone lungo (i, j) , e sia T il tempo desiderato di arrivo del furgone al nodo d (assumendo che il furgone parta da s al tempo 0).

Si formuli in termini di *PLI* il problema di effettuare l'invio del furgone da s a d lungo un cammino della rete G rispettando il vincolo di budget, e minimizzando lo scostamento, in valore assoluto, tra il tempo effettivo d'arrivo del furgone ed il tempo d'arrivo desiderato.

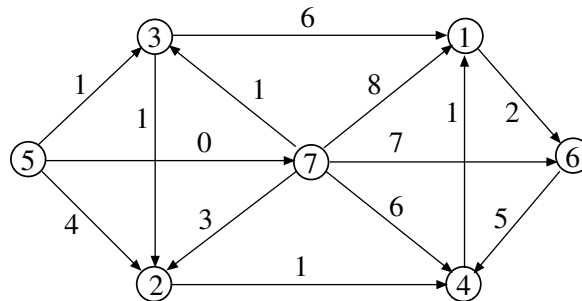
2) Dato il grafo $G = (N, A)$ in figura, si verifichi se l'albero T evidenziato è un albero dei cammini minimi di radice 1. Successivamente, si modifichino i costi degli archi $(3, 2)$ e $(5, 6)$ ponendo $c_{32} = c_{56} = \alpha$, e si determini per quali valori del parametro α l'albero T è un albero dei cammini minimi di radice 1. Giustificare le risposte.



3) Si applichi l'algoritmo di Kruskal per determinare un albero di copertura di costo minimo sul grafo in figura. Per ogni iterazione si indichino: l'arco in esame e quale fra le operazioni di inserzione e cancellazione viene applicata; nel primo caso mostrare un taglio, nel secondo fornire il ciclo individuato dall'algoritmo. Al termine fornire l'albero di copertura di costo minimo $T = (N, A_T)$ determinato, indicando se si tratti dell'unica soluzione ottima del problema e giustificando la risposta.



4) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 5 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, l'insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. La soluzione trovata è unica? Giustificare la risposta.



5) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcllcl} \max & x_1 & + & 3x_2 & & \\ & x_1 & + & x_2 & \leq & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & \leq & 2 \\ & -x_1 & + & x_2 & \leq & 1 \\ & & & x_2 & \leq & 2 \end{array}$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{x} = (1, 2)$ è ottima per il problema. Esiste una soluzione $\bar{y}$ ottima per il problema duale tale che $\bar{y}_1 = 3$? Giustificare le risposte.

6) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcllcl} \max & & & x_2 & & \\ & -x_1 & + & x_2 & \leq & 3 \\ & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 9 \\ & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 7 \\ & & & x_2 & \leq & 3 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simplex Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 3\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h , giustificando le risposte.