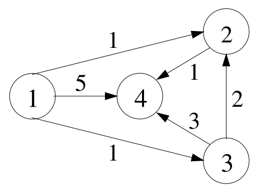
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2006/07)

1) La holding finanziaria *Finok* vuole creare un portafoglio azionario per i propri clienti. *Finok* individua n titoli azionari promettenti, ma decide di selezionarne solo q (con $q < n$) per il portafoglio in fase di definizione.

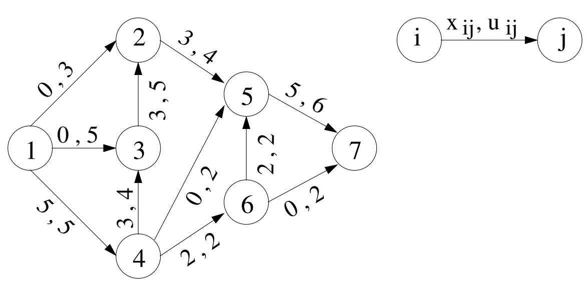
Per selezionare i titoli più rappresentativi, *Finok* stila un indice di “somiglianza” ρ_{ij} tra ogni coppia di titoli disponibili ($\rho_{ij} = 1$ se $i = j$, mentre $0 \leq \rho_{ij} < 1$ altrimenti, $i, j = 1, \ldots, n$), e stabilisce di associare ad ogni titolo j un proprio rappresentante $r(j)$ nel portafoglio in modo tale che $r(j)$ sia il più possibile “simile” a j (un titolo inserito nel portafoglio ha come rappresentante sé stesso). *Finok* definisce quindi come *livello di somiglianza* del portafoglio la somma degli indici di somiglianza $\rho_{jr(j)}$ per $j = 1, \ldots n$, e decide di creare un portafoglio avente il massimo livello di somiglianza.

Si formuli in termini di P.L.I. il problema di selezionare q titoli azionari per il portafoglio, e di associare ad ognuno degli n titoli a disposizione un rappresentante nel portafoglio, in modo tale da massimizzare il livello di somiglianza del portafoglio costituito.

2) Si formuli in termini di PL il problema di individuare un cammino di costo minimo dal nodo 1 al nodo 4 sul grafo G in figura. Si scrivano le condizioni degli scarti complementari che consentono di caratterizzare l’ottimalità di un cammino da 1 a 4 in G.



3) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7 sulla rete in figura, utilizzando l’algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura di valore $v = 5$. Ad ogni iterazione si fornisca l’albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall’algoritmo, specificando l’insieme dei nodi N_s, l’insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio.



4) Si consideri il seguente problema di PL:

$$
\begin{array}{rrcrcrcrcl}
\min & 2y_1 & + & 6y_2 & + & 3y_3 & + & y_4 & & \\
 & y_1 & + & 2y_2 & + & y_3 & + & y_4 & = & 2 \\
 & y_1 & - & y_2 & & & + & y_4 & = & 1 \\
 & y_1 & + & y_2 & + & y_3 & & & = & 1 \\
 & y_1, & & y_2, & & y_3, & & y_4 & \geq & 0
\end{array}
$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{y} = (0, 0, 1, 1)$ è ottima per il problema. Giustificare la risposta.

5) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$
\begin{array}{rrcrcl}
\max & x_1 & & & & \\
 & & - & x_2 & \leq & 2 \\
 & x_1 & - & x_2 & \leq & 0 \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\
 & x_1 & & & \leq & 0 \\
 & -x_1 & & & \leq & 1
\end{array}
$$

Si applichi l'algoritmo del Simplesso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 3\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k, il vettore η_B, il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h, giustificando le risposte.

6) Si risolva geometricamente, per mezzo dell'algoritmo del Simplesso Primale, il problema di PL in figura a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base x e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo.