## RICERCA OPERATIVA (a.a. 2007/08)

1) Le n associazioni ambientaliste di un comune della Sassonia decidono di partecipare congiuntamente all'acquisto di titoli azionari per finanziare la produzione di energia rinnovabile. Sia  $c_i$  l'ammontare (in Euro) a disposizione dell'associazione i.

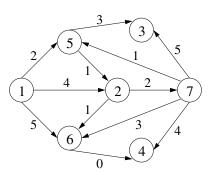
Per la realizzazione dell'operazione vengono individuati m titoli azionari. Per partecipare all'acquisto del titolo j, le associazioni devono investire un ammontare compreso tra un minimo di  $l_j$  ed un massimo di  $u_j$  Euro. La partecipazione all'acquisto del titolo j garantirà un rendimento tale da assicurare al comune la produzione di  $e_j$  megawattora di energia rinnovabile all'anno (indipendentemente dall'effettivo importo investito).

Si formuli in termini di P.L.I. il problema di decidere quali titoli acquistare in modo tale da massimizzare la produzione annua di energia rinnovabile.

2) Il commissario governativo per la Bassolinia deve predisporre il piano di smaltimento dei rifiuti. Nell'insieme delle n province che costituiscono la regione i tecnici hanno individuato m siti potenziali per la costruzione di termovalorizzatori. La provincia i produce mensilmente  $d_i$  tonnellate di ecoballe mentre il termovalorizzatore j sarebbe in grado di smaltirne mensilmente  $s_j$ . Per ragioni sia ambientali che politiche, il commissario intende far costruire al più un termovalorizzatore in ciascuna provincia e distribuire le ecoballe in maniera equilibrata tra i vari impianti.

Si formuli in termini di *P.L.I.* il problema di quali termovalorizzatori costruire, di come ripartire tutte le tonnellate di ecoballe prodotte tra i termovalorizzatori in modo da minimizzare la differenza tra il carico di smaltimento massimo e quello minimo degli impianti costruiti.

3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 7 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u, i vettori dei predecessori e delle etichette, l'insieme dei nodi candidati Q. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.



4) Si applichi l'algoritmo di Kruskal per determinare un albero di copertura di costo minimo sul grafo in figura. Per ogni iterazione si indichino: l'arco in esame; quale fra le operazioni di inserzione e cancellazione viene applicata; nel primo caso mostrare un taglio che dimostra la validità dell'operazione, nel secondo fornire il ciclo individuato dall'algoritmo. Al termine fornire l'albero di copertura di costo minimo individuato. Tale soluzione ottima è unica? Giustificare la risposta.

