RICERCA OPERATIVA (a.a. 2008/09)

1) La ditta *FastShip* deve caricare n bancali su una nave avente m stive. Sono noti il peso p_i del bancale i e la capacità u_j della stiva j. Per motivi di stabilità del carico della nave, la stiva 1 e la stiva m devono essere necessariamente utilizzate. Inoltre, la differenza in valore assoluto tra il peso totale degli oggetti caricati in tali due stive non deve eccedere una soglia di tolleranza prefissata ε.

Sapendo che l'utilizzo della stiva j comporta il pagamento di un costo di manutenzione f_j, e che il caricamento del bancale i nella stiva j richiede un costo di caricamento c_{ij}, si formuli in termini di P.L.I. il problema di decidere come caricare i bancali nelle stive della nave, in modo da rispettare il vincolo di stabilità del carico ed i vincoli di capacità, minimizzando il costo totale derivante dalla manutenzione delle stive e dalle operazioni di caricamento.

2) Si considerino la funzione $f : [0, M] \to \mathbb{R}$ così definita

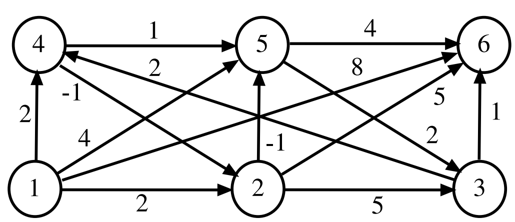
$$f(z) := \begin{cases} 0 & \text{se } \ 0 \le z \le m \\ b + az & \text{se } \ m < z \le M, \end{cases}$$

dove $a, b \in \mathbb{R}_+$ sono valori dati, ed il problema di Programmazione Matematica

$$\min \Big\{ \ f\Big(\sum_{i=1}^{n} c_i x_i\Big) \ : \ \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \ge Q, \quad x_i \in \{0,1\} \ i = 1, ..., n \ \Big\},$$

dove $Q, c_i, p_i \in \mathbb{R}_+$ sono valori dati (tali che $\sum_{i=1}^{n} c_i \le M$ e $\sum_{i=1}^{n} p_i \ge Q$). Riformulare il problema dato in termini di Programmazione Lineare Intera, giustificando la risposta.

3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u, i vettori dei predecessori e delle etichette, l'insieme dei nodi candidati Q. Durante l'algoritmo si esplorino gli archi della la stella uscente del nodo selezionato u in ordine crescente del nodo testa. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.



4) Si applichi l'algoritmo di Kruskal per determinare un albero di copertura di costo minimo sul grafo in figura. Per ogni iterazione si indichino: l'arco in esame; quale fra le operazioni di inserzione e cancellazione viene applicata; nel primo caso mostrare un taglio, nel secondo fornire il ciclo individuato dall'algoritmo. Al termine fornire l'albero di copertura di costo minimo $T = (N, A_T)$. Tale soluzione ottima è unica? Giustificare la risposta.