

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2008/09)

1) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rclclcl}
 \max & & & x_2 & & \\
 & x_1 & - & x_2 & \leq & 2 \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 3 \\
 & -x_1 & - & 2x_2 & \leq & -4 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 5 \\
 & x_1 & - & 3x_2 & \leq & 0 \\
 & & & x_2 & \leq & 2
 \end{array}$$

Utilizzando il Lemma di Farkas, si verifichi se la soluzione $\bar{x} = (2, 1)$ è ottima per tale problema. In caso negativo, si determini una direzione ammissibile di crescita per $\bar{x}$. Giustificare le risposte.

2) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rclclcl}
 \max & -2x_1 & - & x_2 & & \\
 & & & - & x_2 & \leq 0 \\
 & -2x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\
 & -x_1 & + & 2x_2 & \leq & 1 \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\
 & x_1 & & & \leq & 3
 \end{array}$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari si verifichi se la soluzione $\bar{x} = (-1, 0)$ è ottima per il problema. Giustificare la risposta.

3) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rclclcl}
 \max & x_1 & + & 2x_2 & & \\
 & & & - & x_2 & \leq 0 \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & 1 \\
 & -x_1 & & & \leq & 1 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & 5 \\
 & & & x_2 & \leq & 4
 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simpleso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte.

4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio.

