

**RICERCA OPERATIVA (a.a. 2008/09)**

**Nome Cognome:**

1) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcll}
 \max & x_1 & + & (1 - \gamma)x_2 & - & \gamma x_3 & & \\
 & x_1 & + & & x_2 & - & x_3 & \leq 5 \\
 & x_1 & - & & x_2 & + & 2x_3 & \leq 1 \\
 & 2x_1 & + & & x_2 & - & x_3 & \leq 4 \\
 & & & & x_2 & - & x_3 & \leq 3 \\
 & x_1 & & & & + & x_3 & \leq 6 \\
 & x_1 & + & & x_2 & & & \leq 2
 \end{array}$$

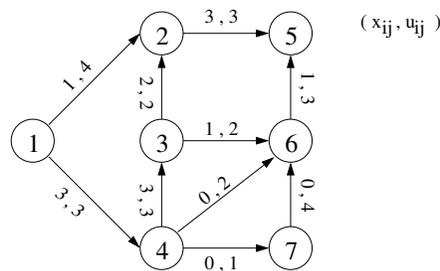
Si determinino i valori del parametro  $\gamma$  per i quali  $\hat{x} = (0, 0, 0)$  è una soluzione ottima del problema e quelli per cui  $\bar{x} = (1, 1, -1)$  è una soluzione ottima. Giustificare le risposte.

2) Sia data una rete logistica descritta per mezzo di un grafo orientato  $G = (N, A)$ . Il nodo 1 è sede del deposito centrale, mentre i nodi restanti sono nodi cliente. Sia  $b_i$  la domanda del cliente  $i$ , mentre  $c_{ij}$  denoti il costo per il trasporto di una unità di prodotto lungo il collegamento  $(i, j) \in A$ .

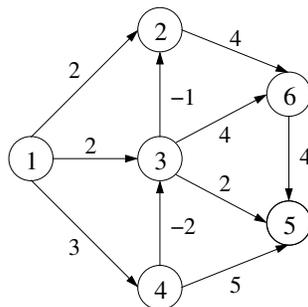
La ditta *FasTour* deve organizzare il viaggio di un proprio furgone. Tale furgone deve partire dal deposito, visitare un sottoinsieme di nodi cliente consegnando loro la merce richiesta, e fare rientro al nodo deposito. Per motivi organizzativi legati alla consegna delle merci, si richiede che ogni nodo di tale sottoinsieme sia visitato esattamente una volta.

Sapendo che la visita del cliente  $i$  assicurerà a *FasTour* un ricavo pari a  $r_i$ , si formuli in termini di *PLI* il problema di organizzare il tour stabilendo quali nodi cliente visitare, quali collegamenti utilizzare per il tour e come inviare la merce lungo tali collegamenti in modo da soddisfare la domanda dei clienti visitati, con l'obiettivo di massimizzare il guadagno (ricavo totale derivante dal sottoinsieme di nodi visitati meno il costo totale sostenuto per il trasporto della merce).

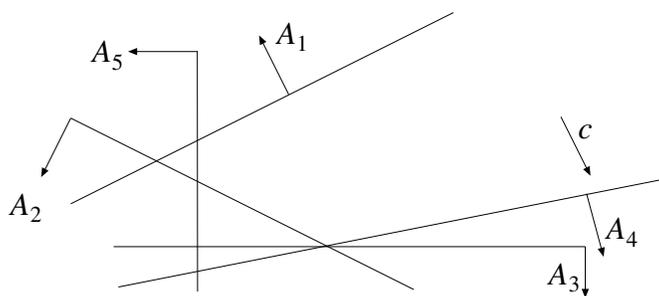
3) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 5 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura di valore  $v = 4$ . Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi  $N_s$ , l'insieme dei nodi  $N_t$  e la capacità del taglio.



4) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 4 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato  $u$ , ed i vettori dei predecessori e delle etichette. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.



5) Si risolva graficamente, per mezzo dell’algoritmo del Simpleso Primale, il problema di PL di figura a partire dalla base  $B = \{1, 5\}$ . Si noti che  $c = -A_1$ . Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base  $\bar{x}$  e la direzione di spostamento  $\xi$  (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall’algoritmo.



6) Si risolva graficamente il problema di PL indicato in figura, utilizzando l’algoritmo del Simpleso Duale a partire dalla base  $B = \{1, 2\}$ . Si noti che  $c$  e  $A_4$  sono paralleli. Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l’indice entrante  $k$ , i segni delle componenti dei vettori  $y_B$  e  $\eta_B$ , l’indice uscente  $h$ , giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall’algoritmo.

