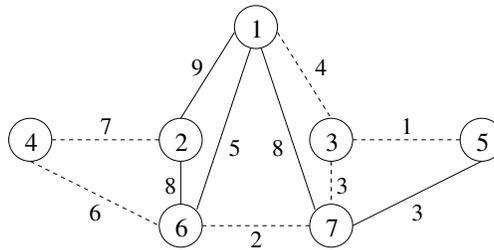


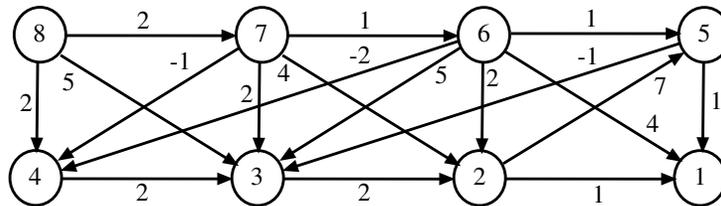
**RICERCA OPERATIVA (a.a. 2008/09)**

1) La ENRI (ENergie RInnovabili) deve pianificare l'utilizzo delle sue centrali elettriche per la giornata di domani. ENRI conosce la domanda di energia elettrica  $d_t$  (KWh) di tutti i suoi clienti per ciascuna ora  $t = 1, \dots, 24$ . Conosce inoltre la quantità  $p_t$  (KWh) di energia elettrica che le sue centrali fotovoltaiche ed eoliche produrranno; a ragione della elevata variabilità di queste ultime, è possibile che la produzione da fonti rinnovabili non sia sufficiente a coprire la domanda. Per questo ENRI può utilizzare come scorta  $n$  centrali tradizionali a combustibili fossili. Ciascuna centrale  $h$  può essere accesa una volta sola nella giornata, ad un prefissato orario  $t_h$ . Per la prima ora di funzionamento segue un programma di accensione prestabilito in cui produce esattamente  $a_h$  KWh. Dalla seconda ora la centrale entra nello stato stazionario, in cui può variare a piacere, in ogni ora, l'energia prodotta tra un minimo  $l_h$  ed un massimo  $u_h$  (KWh). Lo stato stazionario dura esattamente  $s_h$  ore; all'ora  $t_h + s_h + 1$  la centrale deve eseguire un programma di spegnimento prestabilito, simmetrico a quello di accensione, in cui produce  $a_h$  KWh, e dall'ora successiva la centrale è spenta. Il costo di produrre un KWh (in qualsiasi fase di funzionamento) con la centrale è pari a  $f_h$ . Se la produzione complessiva di energia, rinnovabile e non, di ENRI non è sufficiente a coprire la domanda all'ora  $t$ , la porzione rimanente deve essere acquistata sul mercato ad un prezzo unitario  $c_t$ ; se, viceversa, la produzione di energia è superiore alla domanda, il surplus viene venduto sul mercato allo stesso prezzo. Si formuli come *PLI* il problema di decidere quali centrali accendere, ed a che potenza farle operare durante lo stato stazionario, in modo da massimizzare il profitto per ENRI, dato dalla differenza tra il guadagno dovuto alla vendita del surplus sul mercato ed il costo dovuto sia all'approvvigionamento dell'energia mancante sul mercato sia al costo di produzione di energia.

2) Si consideri il problema di determinare un albero di copertura di costo minimo sul grafo in figura. Si indichi se l'albero di copertura individuato dagli archi tratteggiati è una soluzione ottima del problema. Infine, si individuino tutte le soluzioni ottime. Giustificare le risposte.



3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 8 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato  $u$ , i vettori dei predecessori e delle etichette, l'insieme dei nodi candidati  $Q$ ; durante l'algoritmo, si visitino gli archi della stella uscente di  $u$  in ordine crescente del nodo testa. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.



4) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & x_1 \\
 & x_1 - x_2 \leq 3 \\
 & x_1 + x_2 \leq 5 \\
 & -x_1 + 2x_2 \leq 2 \\
 & 2x_1 + x_2 \leq 8 \\
 & x_1 - 3x_2 \leq 0 \\
 & x_2 \leq 2
 \end{aligned}$$

Utilizzando il Lemma di Farkas, si verifichi se la soluzione  $\bar{x} = (3, 2)$  è ottima per tale problema. In caso negativo, si determini una direzione ammissibile di crescita per  $\bar{x}$ . Giustificare le risposte.

5) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rccccrcr} \min & 3y_1 & + & 2y_2 & + & y_3 & + & 2y_4 & & & & \\ & y_1 & + & y_2 & - & y_3 & & & & = & 1 & \\ & y_1 & - & 2y_2 & + & y_3 & + & y_4 & = & -3 & \\ & & & y_2 & & & - & y_4 & = & 2 & \\ & y_1, & & y_2, & & y_3, & & y_4 & \geq & 0 & \end{array}$$

Utilizzando gli scarti complementari, si verifichi se la soluzione  $\bar{y} = (0, 2, 1, 0)$  sia ottima per il problema. Giustificare la risposta.

6) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rccccr} \max & & & & x_2 & & & & & & \\ & x_1 & & & & & & \leq & 2 & & \\ & 2x_1 & + & & x_2 & & \leq & 6 & & & \\ & x_1 & + & & x_2 & & \leq & 4 & & & \\ & & & & x_2 & & \leq & 4 & & & \\ & -x_1 & & & & & \leq & 1 & & & \\ & & & & -x_2 & & \leq & 0 & & & \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simplexso Primale, per via algebrica, a partire dalla base  $B = \{1, 2\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte. In caso di ottimo finito, si discuta se la soluzione ottima individuata sia unica, giustificando la risposta.