

RICERCA OPERATIVA B (a.a. 2009/10)**Nome Cognome:****Corso di Laurea:** L-31 26 Sp **Matricola:**

1) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcllcl}
\max & \gamma x_1 & + & (2\gamma - 1)x_2 & + & (1 - \gamma)x_3 & & \\
& x_1 & + & x_2 & - & x_3 & \leq & 5 \\
& x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 1 \\
& 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & \leq & 4 \\
& & & x_2 & - & x_3 & \leq & 3 \\
& x_1 & & & + & x_3 & \leq & 6 \\
& x_1 & + & x_2 & & & \leq & 2
\end{array}$$

Si determinino i valori del parametro γ per i quali $\bar{x} = (0, 2, -1)$ è una soluzione ottima del problema. Per quali valori di γ , invece, $\bar{x} = (0, 2, -1)$ sarebbe soluzione ottima se il coefficiente di costo della variabile x_2 fosse pari a $1/2$? Giustificare le risposte.

2) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcllcl}
\min & 2y_1 & + & y_2 & + & 4y_3 & + & y_4 & \\
& y_1 & + & y_2 & + & y_3 & & & = 1 \\
& y_1 & - & y_2 & + & 2y_3 & - & y_4 & = 2 \\
& y_1, & & y_2, & & y_3, & & y_4 & \geq 0
\end{array}$$

Utilizzando gli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{y} = (0, 0, 1, 0)$ sia ottima per il problema. Inoltre, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale di quello dato. Giustificare le risposte.

3) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcllcl}
\max & -x_1 & - & 2x_2 & & \\
& -x_1 & - & x_2 & \leq & 2 \\
& & & x_2 & \leq & 0 \\
& -x_1 & & & \leq & 2 \\
& -x_1 & + & x_2 & \leq & 6 \\
& & & x_2 & \leq & 4
\end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simplexso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{4, 5\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte.

4) In seguito all'aggravarsi delle condizioni di vita della popolazione di una vasta area asiatica, Emergency decide di intervenire. Individua quindi m località candidate all'apertura di un centro di assistenza sanitaria per aiutare gli n villaggi presenti in tale area geografica. Le informazioni note ad Emergency sono le seguenti. Nel caso in cui il centro j venga aperto, esso sarà in grado di assistere al più u_j villaggi, $j = 1, 2, \dots, m$. E' nota inoltre la distanza d_{ij} intercorrente tra il villaggio i e la località candidata j , $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, m$.

Si aiuti Emergency a decidere in quali delle m località candidate aprire un centro di assistenza sanitaria, e come assegnare gli n villaggi ai centri aperti (ogni villaggio va assegnato ad esattamente un centro aperto), formulando un modello P.L.I. che apra al più N centri di assistenza, garantisca il rispetto delle capacità di servizio dei centri attivati e che, per rendere celeri gli spostamenti dai villaggi verso i centri di assistenza, minimizzi la massima distanza necessaria per raggiungere i centri di assistenza, ovvero minimizzi la distanza maggiore intercorrente tra un villaggio ed il centro di assistenza cui il villaggio è stato assegnato. Si formuli il modello tenendo presente che Emergency ha individuato un sottoinsieme S di località candidate che risultano essere particolarmente critiche, e vuole quindi che almeno un centro di assistenza venga aperto in una località di S . Quali vincoli occorrerebbe aggiungere al modello se, per motivi strategici, Emergency imponesse che, nel caso di apertura di un centro di assistenza nella località r , allora si debba aprire un centro sia nella località s che nella località t , dove r , s e t denotano tre particolari località candidate all'apertura di un centro di assistenza?