

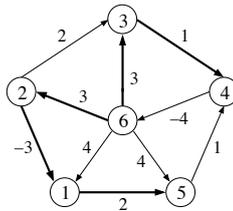
RICERCA OPERATIVA B (a.a. 2009/10)

Nome Cognome:

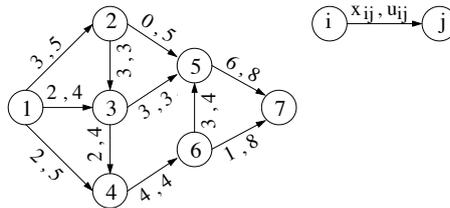
Corso di Laurea: Matricola:

1) a) Dato il grafo in figura, si verifichi se l'albero T evidenziato sia un albero dei cammini minimi di radice 6. Inoltre, si modifichi il costo di uno o più archi in maniera tale che se T non era un albero dei cammini minimi lo diventi, mentre se lo era non lo sia più. Giustificare le risposte.

b) Si consideri il problema dell'albero dei cammini minimi di radice r su un generico grafo orientato $G = (N, A)$. Si dimostri che nessun vettore di etichette può soddisfare le condizioni di Bellman qualora nel grafo sia presente un ciclo di costo negativo.



2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura di valore $v = 7$. Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio. Diminuendo la capacità dell'arco $(2, 5)$ di una unità, di quanto diminuisce il valore del flusso massimo? Giustificare la risposta.

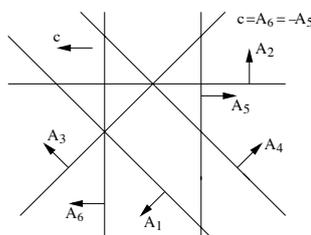


3) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ & x_2 \leq 4 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 10 \\ & x_1 \leq 2 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & -x_1 + x_2 \leq -2 \end{aligned}$$

Si applichi l'algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 3\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h , giustificando le risposte. In caso di ottimo finito, si discuta se la soluzione ottima duale individuata sia unica, giustificando la risposta.

4) Si risolva geometricamente, per mezzo dell'algoritmo del Simpleso Primale, il problema di PL in figura a partire dalla base $B = \{4, 5\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base x e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo. Successivamente, si consideri il caso in cui $c = A_1$: la soluzione ottima trovata in precedenza resta tale? Qual è, in questo caso, l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema primale? Giustificare le risposte.



5) In vista dell'imminente periodo estivo, la società ABROAD decide di rifornire alcune delle sue m agenzie di viaggio di pacchetti turistici. Stabilisce che ad ogni agenzia, se rifornita, venga assegnato o un blocco di K_1 pacchetti, oppure un blocco di K_2 pacchetti ($K_1 < K_2$). Nel primo caso ABROAD pagherà un costo fisso pari a C_1 per ogni agenzia rifornita, mentre nel secondo caso pagherà un costo fisso C_2 per agenzia (con $C_2 > C_1$). Mediante un'indagine di mercato ABROAD ha verificato che nel passato ognuna delle sue n zone-clienti si è sempre rivolta ad una sola agenzia di viaggio, distante al più δ dalla zona stessa. ABROAD ritiene quindi che, anche nel prossimo periodo estivo, ogni zona-cliente si rivolgerà ad esattamente un'agenzia di viaggio distante al più δ . ABROAD ha anche stimato pari a p_i la domanda (intesa in numero di pacchetti turistici acquistati) di ogni zona-cliente nel prossimo periodo estivo, ed ha stabilito che ogni agenzia di viaggi che sarà rifornita di pacchetti dovrà venderne almeno ϵ .

Nota la distanza d_{ij} di ogni zona i da ogni agenzia j , si aiuti ABROAD a pianificare la prossima stagione di vendite formulando un modello P.L.I. che specifichi quali agenzie dotare di pacchetti turistici, ed in caso affermativo di quanti pacchetti dotarle, in modo da garantire che la domanda stimata di ogni zona-cliente possa essere soddisfatta, e che il requisito relativo alle distanze e quello relativo alle soglie minima di vendita siano soddisfatti, minimizzando il costo totale di rifornimento sostenuto da ABROAD. Quale vincolo occorrerebbe aggiungere al modello nel caso in cui, per maggiore sicurezza, ABROAD decidesse di rifornire almeno la metà delle sue agenzie del massimo numero di pacchetti (ovvero K_2)?