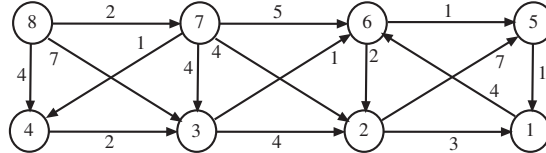


RICERCA OPERATIVA B (a.a. 2009/10)**Nome Cognome:****Corso di Laurea:** L-31 26 Sp **Matricola:**

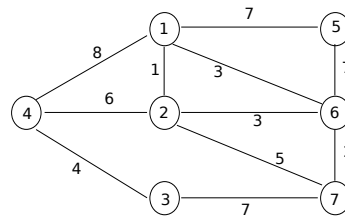
- 1) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 8 sul grafo in figura



utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.

- 2) a) Si determini un albero di copertura di costo minimo per il grafo in figura utilizzando una versione dell'algoritmo Greedy-MST che esegue solo operazioni di inserzione. Per ogni iterazione si indichi quale arco viene inserito e si specifichi un taglio che certifichi la validità dell'operazione di inserzione eseguita. Al termine si fornisca l'albero di copertura di costo minimo individuato.

- b) Si determini un albero di copertura di costo minimo, per lo stesso grafo, utilizzando una variante dell'algoritmo Greedy-MST che esegue solo operazioni di cancellazione. Per ogni iterazione si indichi quale arco viene cancellato e si specifichi un ciclo che certifichi la validità dell'operazione di cancellazione eseguita. Al termine si fornisca l'albero di copertura di costo minimo individuato.

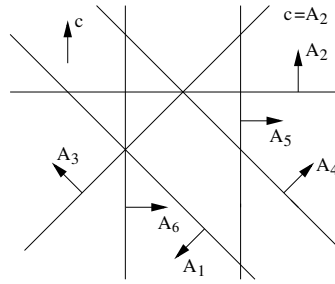


- 3) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcll}
 \max & x_1 & - & x_2 \\
 & x_1 & + & x_2 \leq 6 \\
 & -x_1 & + & x_2 \leq 4 \\
 & -x_1 & + & 3x_2 \leq 8 \\
 & 2x_1 & + & x_2 \leq -5 \\
 & -x_1 & & \leq 3
 \end{array}$$

Utilizzando il Lemma di Farkas, si verifichi se la soluzione $\bar{x} = (-3, 1)$ è ottima per tale problema. In caso negativo, si determini una direzione ammissibile di crescita per $\bar{x}$ e si rappresenti graficamente il cono di tutte queste direzioni. Successivamente, si scelga un vettore c dei coefficienti della funzione obiettivo tale che $\bar{x}$ sia una soluzione ottima del problema dato e che il problema duale ammetta un'unica soluzione ottima. Giustificare le risposte.

- 4) Si risolva graficamente il problema di PL indicato in figura, utilizzando l'algoritmo del Simplex Duale a partire dalla base $B = \{3, 5\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l'indice entrante k , i segni delle componenti dei vettori y_B e η_B , l'indice uscente h , giustificando le risposte. Si discuta la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo. Successivamente, si consideri il caso in cui $c = A_1$: la soluzione ottima trovata in precedenza resta tale? Qual è, in questo caso, l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale? Giustificare le risposte.



5) I Borg stanno pianificando l'attacco finale alla Terra, che porterà alla caduta della Federazione e quindi alla completa assimilazione della Galassia. Per questo si preparano a sfruttare la loro più importante risorsa tattica: la rete di condotti *transwarp* che permette loro di spostarsi in modo praticamente istantaneo tra punti estremamente distanti della Galassia. La rete è costituita da un insieme V di *hub transwarp*, ciascuno equipaggiato con un insieme di collettori interspaziali in grado di mantenere aperti condotti *transwarp* verso altri hub. L'insieme dei possibili condotti *transwarp* è rappresentato da un sottoinsieme $E \subseteq V \times V$ di coppie non orientate di hub. Uno di tali hub, $s \in V$, è situato nel Quadrante Delta, dove la Regina Borg ha ammassato un poderoso contingente di Cubi Borg pronti all'attacco. Un altro hub, $t \in V$, è stato segretamente completato nel Quadrante Alfa, a poca distanza dalla Terra. La Regina Borg vuole determinare il maggior numero possibile di cammini tra s e t sulla rete di condotti *transwarp*, dove ogni cammino è una sequenza di condotti *transwarp* che permettono di collegare s a t . Per evitare disastrose collisioni all'interno della rete *transwarp* durante le concitate fasi del combattimento, che potrebbero portare alla distruzione della rete stessa, si richiede che i cammini determinati siano totalmente disgiunti, ossia nessun hub *transwarp* (tranne s e t) può essere attraversato da più di un cammino. Aiutate la Regina Borg a realizzare l'assimilazione finale della Galassia riconducendo il problema di determinare il maggior numero possibile di cammini disgiunti tra s e t ad un noto problema di ottimizzazione su rete.