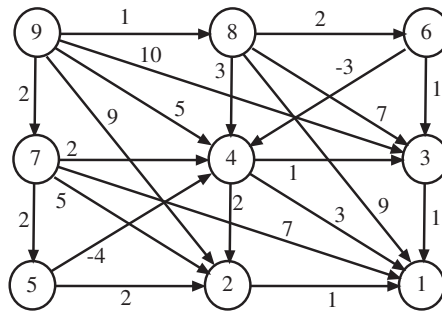
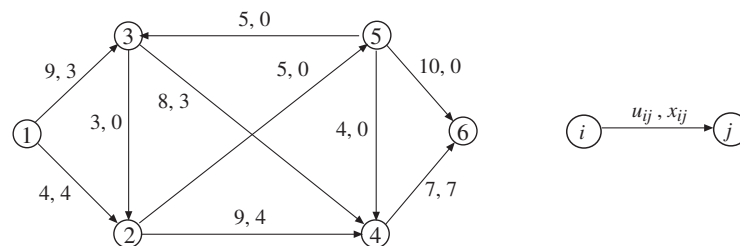


RICERCA OPERATIVA B (a.a. 2009/10)**Nome Cognome:****Corso di Laurea:** L-31 26 Sp **Matricola:**

1) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 9 sul grafo in figura utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. La soluzione ottima individuata è unica? In caso negativo, sotto quali condizioni l'algoritmo avrebbe potuto determinare una soluzione ottima alternativa? Giustificare la risposta.



2) Si risolva il problema del flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 relativamente all'istanza in figura, partendo dal flusso ammissibile x dato, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Per ogni iterazione si indichi il flusso x , il suo valore v , il cammino aumentante utilizzato e la sua capacità θ . Al termine si specifichi il taglio di capacità minima determinato dall'algoritmo con la relativa capacità. Durante la visita del grafo residuo, si esaminino gli archi della stella uscente del nodo visitato per ordine di nodo testa crescente. Come cambierebbe la soluzione se si diminuisse la capacità dell'arco $(3,4)$, rendendola pari a 5? Giustificare la risposta.



3) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 2x_1 + x_2 + 4x_3 \\
 & x_1 + \beta x_2 + x_3 \leq 5 \\
 & \gamma x_1 - x_2 \leq 3 \\
 & -\alpha x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 0 \\
 & x_1 + \alpha x_2 - \beta x_3 \leq 4
 \end{aligned}$$

Si determinino tutte le terne di valori dei parametri α , β e γ per i quali $\bar{x} = (1, 1, 0)$ e $\bar{y} = (0, 1, 2, 0)$ sono rispettivamente una soluzione ottima del problema e del suo duale. Tra le terne individuate si determinino quelle per cui il problema duale ammette una soluzione ottima $\hat{y}$ tale che $\hat{y}_1 > 0$. Giustificare le risposte.

4) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcllcl}
 \max & & x_2 & & \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & 5 \\
 & & & x_2 & \leq & 0 \\
 & -2x_1 & + & x_2 & \leq & -2 \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 1 \\
 & x_1 & & & \leq & 4 \\
 & x_1 & & & \leq & -1
 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{2, 5\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h , giustificando le risposte. In caso di ottimo finito, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime duali, giustificando la risposta.

5) Rem Manufacturing deve pianificare il suo prossimo ciclo di produzione. La compagnia può produrre tre prodotti, ciascuno dei quali richiede sia operazioni su due diverse macchine, $M1$ e $M2$, sia operazioni di assemblaggio. Precisamente, ogni unità di prodotto 1 richiede 2 ore di esecuzione su $M1$, 6 su $M2$, e 5 ore di assemblaggio. Ogni unità di prodotto 2 richiede 3 ore di esecuzione su $M1$, 3 su $M2$, e 6 assemblaggio, mentre ogni unità di prodotto 3 richiede 6 ore di esecuzione su $M1$, 4 su $M2$, e 2 ore di assemblaggio. Il numero totale di ore disponibili è 600 su $M1$, 300 su $M2$ e 400 di assemblaggio. La compagnia ha stimato che ogni unità di prodotto 1 assicurerà un profitto pari a 48 Euro, mentre ogni unità di prodotto 2 e 3 garantiranno, rispettivamente, un profitto pari a 55 e 50 Euro. Comunque, la produzione di unità di prodotto 1 richiede operazioni di setup sulla linea di produzione il cui costo è pari a 1000 Euro. Simili operazioni di setup sono richieste per i prodotti 2 e 3, al costo di 800 e 900 Euro, rispettivamente. Sapendo che, nel caso in cui vengano attivate sia la linea di produzione 1 che la linea di produzione 3, ovvero le più costose, il numero complessivo di unità di prodotto 1 e 3 deve essere almeno pari a 50, si aiuti il manager di Rem Manufacturing ad individuare quante unità produrre per massimizzare il proprio profitto netto.