

RICERCA OPERATIVA B (a.a. 2009/10)

Nome Cognome:

Corso di Laurea:

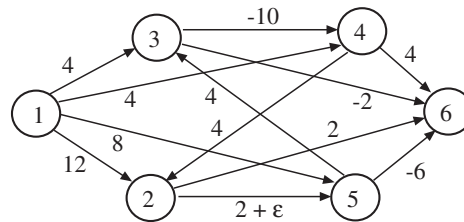
L-31

26

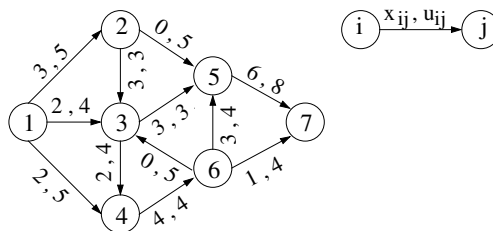
Sp

Matricola:

1) Si consideri la famiglia di problemi di albero dei cammini minimi, al variare del parametro $\varepsilon \geq 0$, per il grafo in figura. Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1 per $\varepsilon = 0$, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, l'insieme dei nodi candidati Q . Ad ogni iterazione si visitino gli archi in ordine crescente dei rispettivi nodi testa. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. Infine, si indichi per quali valori del parametro ε la soluzione ottenuta rimane ottima, giustificando la risposta.



2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura di valore $v = 7$. Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio. È possibile aumentare il valore del flusso massimo aumentando la capacità di un solo arco? Giustificare la risposta.



3) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rclcl}
 \max & x_1 & + & x_2 & \\
 & & & x_2 & \leq 4 \\
 & x_1 & & & \leq 2 \\
 & x_1 & - & 2x_2 & \leq 10 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq 4 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq -2
 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simplex Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h , giustificando le risposte. In caso di ottimo finito, si discuta se la soluzione ottima primale individuata dall'algoritmo sia unica, giustificando la risposta.

4) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rclcl}
 \max & 4x_1 & + & x_2 & + & 4x_3 \\
 & \beta x_1 & + & x_2 & + & 4x_3 & \leq 5 \\
 & \gamma x_1 & - & x_2 & & & \leq 3 \\
 & -\alpha x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \leq 1 \\
 & x_1 & + & \alpha x_2 & - & \beta x_3 & \leq 4
 \end{array}$$

Si determinino tutte le terne di valori dei parametri α , β e γ per i quali $\bar{x} = (1, 1, 0)$ e $\bar{y} = (0, 1, 2, 0)$ sono rispettivamente una soluzione ottima del problema e del suo duale. Successivamente si scelga una terna tale che $\bar{x}$ sia una soluzione ammissibile, non sia ottima e per cui almeno un vincolo sia attivo; in questo contesto si determini una direzione ammissibile di crescita per $\bar{x}$. Giustificare le risposte.

5) L'agenzia di smaltimento rifiuti *PulitiSubito* deve aprire k discariche in una importante regione italiana. Individua pertanto un insieme J di siti candidati all'apertura di una discarica, con $|J| \geq k$. L'agenzia censisce inoltre l'insieme I dei principali centri abitati della regione, e stima le distanze d_{ij} intercorrenti tra il centro abitato i e il sito candidato j , $\forall i \in I, j \in J$.

Tenendo conto che, per ogni centro abitato i , la discarica *critica* è la discarica più vicina a i tra quelle aperte, si formuli in termini di P.L.I. il problema di decidere dove aprire le k discariche in modo da massimizzare la somma delle distanze intercorrenti tra ogni centro abitato e la relativa discarica critica.