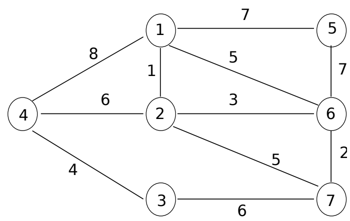
RICERCA OPERATIVA B (a.a. 2009/10)

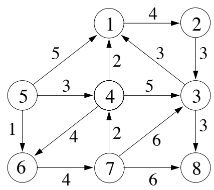
Nome Cognome:

Corso di Laurea: L-31 26 Sp **Matricola:**

1) Si applichi l'algoritmo di Kruskal per determinare un albero di copertura di costo minimo sul grafo in figura. Per ogni iterazione si indichino: l'arco in esame; quale fra le operazioni di inserzione e cancellazione viene applicata; nel primo caso mostrare un taglio che certifichi la validità dell'operazione di inserzione, nel secondo fornire il ciclo individuato dall'algoritmo. Al termine fornire l'albero di copertura di costo minimo individuato. Tale soluzione ottima è unica? Giustificare la risposta.



2) Si individui un flusso massimo dal nodo 5 al nodo 8 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s, l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio. Aumentando la capacità dell'arco $(5,6)$ di una unità, come varia il valore del flusso massimo? Giustificare la risposta.

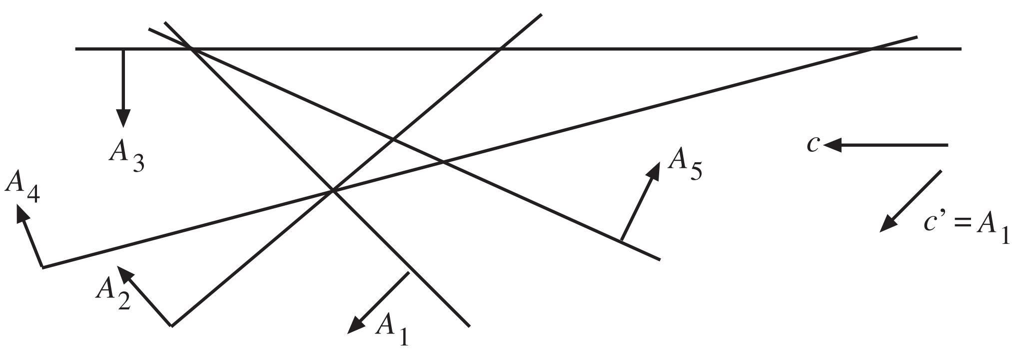


3) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$
\begin{array}{rrcrcl}
\max & -x_1 & - & 2x_2 & & \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & 6 \\
 & & & x_2 & \leq & 4 \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & 2 \\
 & & - & x_2 & \leq & 0 \\
 & -x_1 & & & \leq & 2
\end{array}
$$

Si applichi l'algoritmo del Simplesso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1,2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte.

4) Si risolva graficamente il problema di *PL* indicato in figura, utilizzando l'algoritmo del Simplesso Duale a partire dalla base $B = \{1,2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l'indice entrante k, i segni delle componenti dei vettori y_B e η_B, l'indice uscente h, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo. Si spieghi infine come cambierebbe lo svolgimento dell'esercizio se il gradiente della funzione obiettivo fosse il vettore c' indicato in figura.



5) La rockstar newyorkese Sarah Stones sta pianificando il suo prossimo tour europeo. La sua manager Mary ha raccolto le richieste dei vari promotori locali: sono giunte n richieste di concerto, ciascuna caratterizzata da una località e da una data di svolgimento. Mary numera le richieste in base alla data; ovvero, se g_i indica il giorno di svolgimento della richiesta i, allora $g_i \leq g_j$ se $i < j$. Mary passa poi i dati al tour manager Dale per la decisione di quali richieste accettare: oltre al compenso p_i promesso, deve considerare il costo fisso C di trasferimento del materiale, dei musicisti e dei tecnici da New York all'Europa ed il medesimo costo per il ritorno, i costi degli spostamenti nonché i vincoli temporali e spaziali. I TIR con il materiale e l'autobus del personale non possono percorrere più di 800 chilometri al giorno, ed è necessario essere nella località di un concerto fin dalla sera prima per montare il palco ed effettuare le prove. Dale elabora la tabella delle distanze d_{ij} tra le località dei possibili concerti i e j e valuta in c_{ij} il costo del relativo trasferimento.

Aiuta Dale formulando in termini di Programmazione Lineare Intera il problema di decidere se effettuare il tour, ed in caso affermativo quali concerti tenere, massimizzando il profitto totale dato dalla differenza dei compensi incassati e dei costi di trasferimento nel rispetto dei vincoli temporali e spaziali.