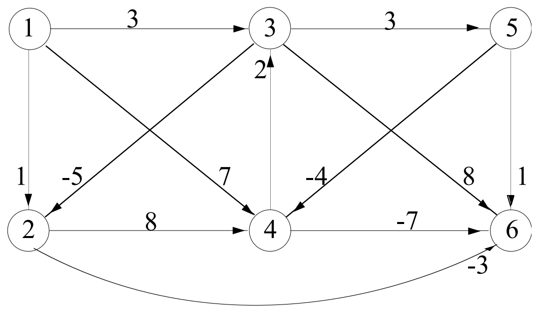
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2010/11)

Nome Cognome:

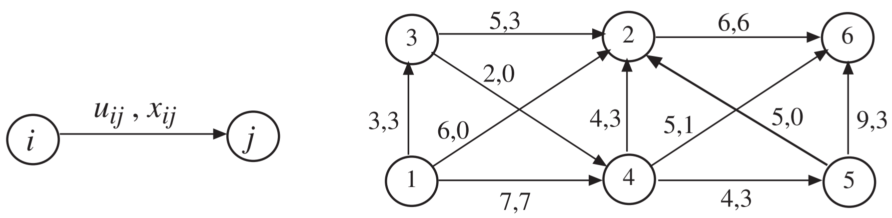
Corso di Laurea: L-31 26 Sp **Matricola:**

1) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura



utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u, i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q. Si esamino gli archi della stella uscente del nodo visitato per ordine di nodo testa crescente. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. La soluzione trovata è unica? Giustificare la risposta.

2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato, di valore $v = 10$. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio (N_s, N_t) restituito dall'algoritmo e la sua capacità.

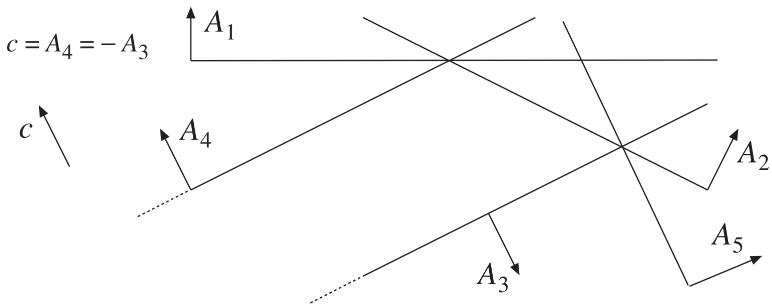


3) Si consideri il seguente problema di PL:

$$
\begin{array}{rrcrcr}
\max & x_1 & + & 2x_2 & & \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\
 & x_1 & - & x_2 & \leq & 1 \\
 & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 4 \\
 & & - & x_2 & \leq & -2
\end{array}
$$

Utilizzando le condizioni degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{x} = (0, 2)$ sia ottima per il problema. Inoltre, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale di quello dato. Giustificare le risposte.

4) Si risolva geometricamente, per mezzo dell'algoritmo del Simplesso Primale, il problema di PL in figura a partire dalla base $B = \{3, 5\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base $\bar{x}$ e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo.



5) Si consideri il seguente problema di PL:

$$
\begin{array}{lrcrcr}
\max & & & x_2 & & \\
& x_1 & - & x_2 & \leq & 0 \\
& & & x_2 & \leq & 2 \\
& -x_1 & & & \leq & 0 \\
& -x_1 & + & x_2 & \leq & 0 \\
& -x_1 & & & \leq & -6 \\
& x_1 & + & x_2 & \leq & 4
\end{array}
$$

Si applichi l'algoritmo del Simplesso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{3, 6\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k, il vettore η_B, il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h, giustificando le risposte.

6) Il provider di servizi di assistenza medica domiciliare *HC* deve prestare assistenza giornaliera a n pazienti mediante m operatori sanitari. Il paziente i necessita di una tipologia di assistenza medica che richiede un tempo di servizio stimato pari a t_i ore, $i = 1, ...n$. L'operatore sanitario j, per proprie regole contrattuali, deve lavorare al massimo per T_j ore al giorno; l'operatore j, inoltre, ha la facoltà di segnalare il sottoinsieme $C(j)$ di pazienti che preferirebbe assistere, $j = 1, ...m$.

HC definisce il *coefficiente di utilizzazione* dell'operatore j come il tempo totale di servizio giornaliero di j (espresso come somma dei tempi di servizio dei pazienti assegnati a j) diviso la durata lavorativa giornaliera T_j, e si pone l'obiettivo di assegnare gli n pazienti agli m operatori secondo un criterio equo.

Si formuli in termini di P.L.I. il problema di assegnare i pazienti agli operatori in modo che ogni paziente sia assegnato ad esattamente un operatore, la durata massima di lavoro di ogni operatore non sia ecceduta, e le preferenze degli operatori siano rispettate, massimizzando (per garantire un criterio di equità) il minimo coefficiente di utilizzazione degli operatori.