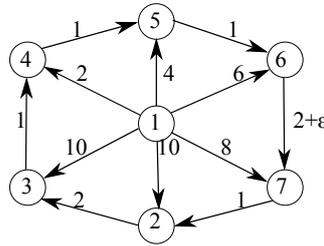


RICERCA OPERATIVA (a.a. 2010/11)

Nome Cognome:

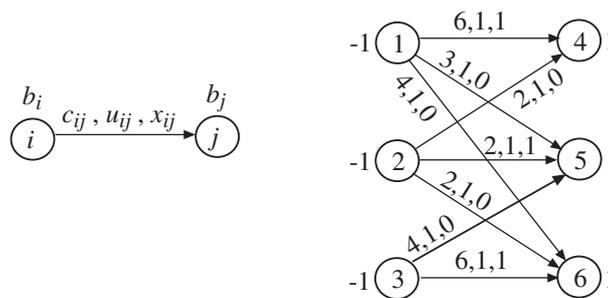
Corso di Laurea: L-31 26 Sp **Matricola:**

1) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura, fissando $\epsilon = 0$.



Si utilizzi l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l’insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato. Si discuta quindi ottimalità e unicità della soluzione al variare di ϵ , giustificando le risposte.

2) Si risolva il problema di flusso di costo minimo relativamente all’istanza in figura utilizzando l’algoritmo di cancellazione di cicli a partire dal flusso indicato. Per ogni iterazione si mostri la soluzione corrente col suo costo ed il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima.

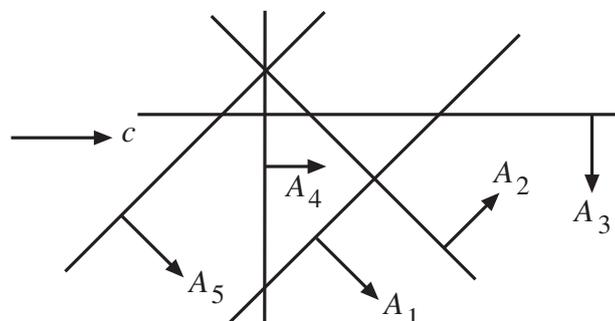


3) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & -2x_1 \quad - \quad 4x_2 \\
 & -x_1 \quad \leq \quad 2 \\
 & -x_1 \quad + \quad x_2 \leq \quad 6 \\
 & \quad \quad \quad x_2 \leq \quad 4 \\
 & -x_1 \quad - \quad x_2 \leq \quad 2 \\
 & \quad \quad \quad x_2 \leq \quad 0
 \end{aligned}$$

Si applichi l’algoritmo del Simpleso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{2, 3\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l’indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l’indice entrante, giustificando le risposte.

4) Si risolva il problema di PL rappresentato in figura utilizzando l’algoritmo del Simpleso Duale, per via geometrica, a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l’indice entrante k , i segni delle componenti del vettore η_B e l’indice uscente h , giustificando le risposte. Inoltre, si discuta l’eventuale degenerazione primale e duale delle basi via via incontrate. Come cambierebbe l’esecuzione dell’algoritmo se non fosse presente il quinto vincolo, e quale sarebbe in tale caso l’insieme delle soluzioni ottime del problema primale così modificato? Giustificare le risposte.



5) La società TKL deve progettare una rete di comunicazione. L'insieme N dei nodi della rete è prestabilito. Dato un insieme A di collegamenti (ovvero archi) potenziali utilizzabili per le connessioni, TKL deve invece decidere quali di questi attivare, con l'obiettivo di inviare pacchetti da un nodo sorgente $s \in N$ ad un nodo destinazione $t \in N$ lungo la rete, una volta progettata. Per ogni collegamento $(i, j) \in A$ che decida di attivare, TKL deve pagare un costo fisso di attivazione f_{ij} . Inoltre, TKL deve pagare un costo c_{ij} per ogni pacchetto inviato lungo (i, j) .

Sapendo che ogni collegamento (i, j) attivato garantisce una capacità di connessione pari a u_{ij} , e sapendo che TKL ha un budget complessivo pari a C (sia per i costi fissi che per i costi di invio), si proponga un modello P.L.I. che aiuti TKL a decidere quali archi attivare, e come inviare pacchetti lungo gli archi attivati, in modo da massimizzare il numero di pacchetti inviabili da s a t lungo la rete, nel rispetto della capacità dei collegamenti attivati e non sforando il budget disponibile per il progetto.

Come cambieresti la formulazione proposta se, invece di dover pagare un costo fisso di attivazione f_{ij} per ogni collegamento (i, j) attivato, dovessi decidere di quanti moduli di capacità dotare ogni collegamento (i, j) (eventualmente zero, se non lo si vuole attivare), sapendo che in commercio sono disponibili moduli standard di capacità u al costo unitario f ?