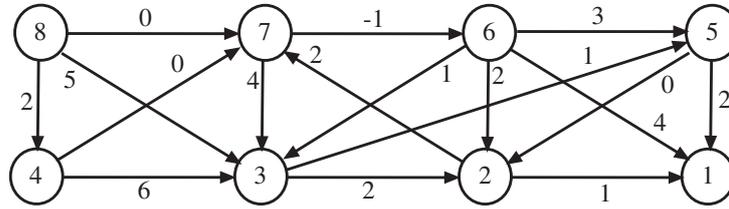


## RICERCA OPERATIVA (a.a. 2010/11)

Nome Cognome:

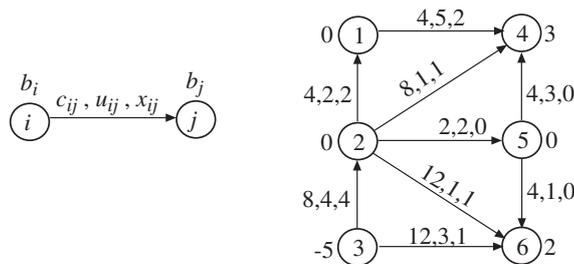
Corso di Laurea:    Matricola:

1) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 4 sul grafo in figura



utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato  $u$ , i vettori dei predecessori e delle etichette, l'insieme dei nodi candidati  $Q$ ; durante l'algoritmo, si visitino gli archi della stella uscente di  $u$  in ordine crescente del nodo testa. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. La soluzione trovata è unica? Giustificare la risposta.

2) Si risolva il problema di flusso di costo minimo, relativamente all'istanza in figura, utilizzando l'algoritmo di cancellazione di cicli a partire dal flusso indicato. Per ogni iterazione dell'algoritmo si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità, e si indichi il flusso ottenuto dopo l'applicazione dell'operazione di composizione, con il suo costo. Al termine si dimostri che il flusso ottenuto è di costo minimo.

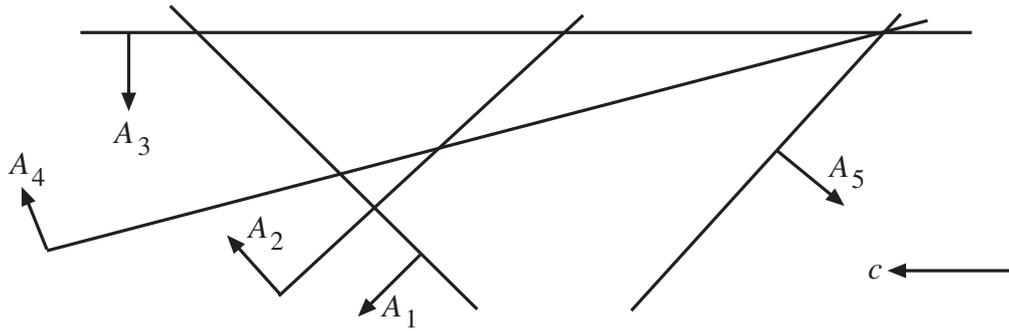


3) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcll}
 \max & -x_1 & - & 2x_2 \\
 & -x_1 & + & x_2 \leq 6 \\
 & & & x_2 \leq 4 \\
 & -x_1 & - & x_2 \leq 2 \\
 & -x_1 & & \leq 2 \\
 & & - & x_2 \leq 0
 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simplexo Primale, per via algebrica, a partire dalla base  $B = \{1, 2\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte. Se, una volta risolto il problema, il termine noto del penultimo vincolo diventasse 1 (ovvero, il penultimo vincolo fosse  $-x_1 \leq 1$ ), la soluzione ottima primale determinata dall'algoritmo continuerebbe a restare ottima? In caso contrario, quale algoritmo del Simplexo utilizzeresti per risolvere il problema primale modificato, per cercare di sfruttare la computazione già effettuata?

4) Si risolva graficamente il problema di  $PL$  indicato in figura, utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale a partire dalla base  $B = \{1, 4\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l'indice entrante  $k$ , i segni delle componenti dei vettori  $y_B$  e  $\eta_B$ , l'indice uscente  $h$ , giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo.



5) Il gruppo commerciale *Sat* decide di aprire  $m$  punti vendita per rifornire  $n$  clienti. Sia  $u_j$  il massimo numero di clienti che il punto vendita  $j$  è in grado di rifornire, e sia  $c_{ij}$  il costo di servizio sostenuto da  $j$  nel caso in cui rifornirà il cliente  $i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, m$ .

Tramite un'indagine di mercato, *Sat* stima il coefficiente di soddisfazione,  $s_{ij}$ , del cliente  $i$  nel caso in cui verrà rifornito dal punto vendita  $j$ . Per cercare di favorire il soddisfacimento dei clienti, *Sat* decide di far pagare ad ogni punto vendita  $j$  una penalità  $p_j$  nel caso in cui il soddisfacimento totale dei clienti da esso riforniti risulterà inferiore ad una prefissata soglia  $S$ . Si formuli in termini di P.L.I. il problema di assegnare gli  $n$  clienti agli  $m$  punti vendita in modo che ogni cliente sia rifornito da esattamente un punto vendita e che i vincoli di capacità siano rispettati, minimizzando i costi complessivi sostenuti dai punti vendita (costi di servizio più eventuali penalità legate al grado di (scarso) soddisfacimento dei clienti).