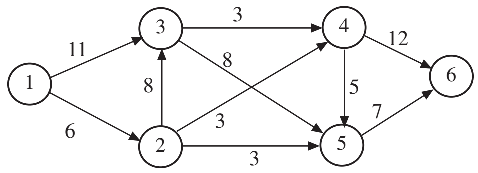
**RICERCA OPERATIVA (a.a. 2010/11)**

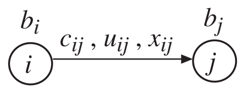
# Nome Cognome:

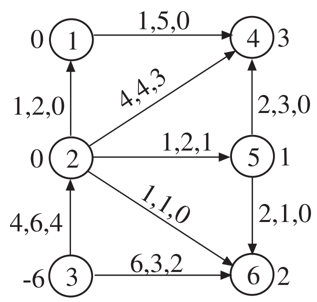
**Corso di Laurea:** L-31 26 Sp **Matricola:**

**1)** Si risolva il problema di flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 relativamente all'istanza in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Per ogni iterazione si specifichi il flusso $x$, il suo valore $v$, il cammino aumentante utilizzato e la sua capacità $\theta$. Si esaminino gli archi di ogni stella uscente in ordine crescente dei nodi testa. Al termine si fornisca il taglio di capacità minima determinato dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi $N_s$, l'insieme dei nodi $N_t$ e la capacità del taglio. Si discuta quindi come cambierebbero il flusso massimo ed il taglio di capacità minima determinati dall'algoritmo se la capacità dell'arco $(3, 5)$ valesse 4 anziché 8.



**2)** Si risolva il problema di flusso di costo minimo relativamente all'istanza in figura utilizzando l'algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso indicato. Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità e la soluzione ottenuta dopo l'applicazione dell'operazione di composizione, con il relativo costo. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima.





**3)** Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rrcrl} \max & -4x_1 & + & x_2 & \\ & 2x_1 & + & x_2 & \leq 7 \\ & x_1 & - & x_2 & \leq -1 \\ & x_1 & & & \leq 3 \\ & 2x_1 & - & x_2 & \leq 5 \end{array}$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\overline{x} = (2, 3)$ sia ottima per il problema. Si discuta inoltre l'ottimalità di $\overline{x} = (2, 3)$ nel caso in cui il costo di $x_1$ sia +4 anziché -4. Per gli scenari in cui $\overline{x}$ è ottima, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale. Giustificare le risposte.

**4)** Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rrcrcr} \max & 2x_1 & + & 4x_2 & & \\ & x_1 & & & \leq & 2 \\ & & & x_2 & \leq & 4 \\ & x_1 & - & 2x_2 & \leq & 10 \\ & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\ & -x_1 & & & \leq & -4 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simplesso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante $k$, il vettore $\eta_B$, il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente $h$, giustificando le risposte. Se l'esito fosse *ottimo non finito* (per il problema duale), quale sarebbe la direzione di decrescita illimitata individuata dall'algoritmo? Giustificare la risposta.

**5)** L'azienda PANDOR ha $n$ clienti, ognuno dei quali richiede $p_i$ confezioni di pandori, $i = 1, \ldots, n$. L'azienda decide di costruire $k$ magazzini per rendere efficiente la distribuzione dei pandori ai propri clienti. Ognuno dei $k$ magazzini può essere costruito con capacità $w_1$ oppure $w_2$ (come numero di confezioni di pandori immagazzinabili). Per ogni magazzino di capacità $w_1$ l'azienda sosterrà un costo di costruzione pari a $c_1$, mentre per ogni magazzino di capacità $w_2$ l'azienda sosterrà un costo di costruzione pari a $c_2$. Sia inoltre $c_{ij}$ il costo sostenuto dall'azienda nel caso in cui il cliente $i$ si rifornisca dal magazzino $j$, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, k$.

Si formuli in termini di P.L.I. il problema di stabilire le capacità dei $k$ magazzini, e decidere l'assegnamento dei clienti ai magazzini (ogni cliente va assegnato ad un solo magazzino), in modo da soddisfare le richieste dei clienti e rispettare i vincoli di capacità, minimizzando il costo totale sostenuto dall'azienda. Come modificheresti il modello proposto se ognuno dei $k$ magazzini potesse essere costruito con capacità $w_1$, $w_2$ oppure $w_3$?