

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2011/12)

Nome Cognome:

Corso di Laurea: Matricola:

1) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcll} \max & x_1 & & \\ & & - x_2 & \leq 0 \\ & -2x_1 & + x_2 & \leq -6 \\ & & x_2 & \leq 2 \\ & x_1 & & \leq 4 \end{array}$$

Utilizzando le condizioni degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{x} = (4, 2)$ sia ottima per il problema. Inoltre, si specifichi se \bar{x} sia una soluzione di base, e si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale di quello dato. Giustificare le risposte.

2) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcll} \max & 2x_1 & & \\ & x_1 & + x_2 & \leq 6 \\ & x_1 & & \leq 4 \\ & -x_1 & + x_2 & \leq 2 \\ & & x_2 & \leq 4 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simpleso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{3, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte. Si discuta l'eventuale degenerazione primale e duale delle basi visitate. Al termine, utilizzando le condizioni degli scarti complementari, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema dato, giustificando la risposta.

3) Si risolva il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcll} \max & & x_2 & \\ & & x_2 & \leq 4 \\ & -x_1 & + x_2 & \leq 0 \\ & -x_1 & & \leq 0 \\ & x_1 & & \leq 3 \\ & & x_2 & \leq 2 \\ & x_1 & + x_2 & \leq 4 \end{array}$$

utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 6\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h , giustificando le risposte.

4) La società GARBAGE, specializzata nello smaltimento di rifiuti solidi urbani, decide di aprire k discariche per smaltire i rifiuti provenienti da n comuni. GARBAGE conosce il numero medio (in tonnellate) di rifiuti, r_i , che ogni comune i deve smaltire ogni giorno, $i = 1, \dots, n$. Individua pertanto m ($m > k$) siti candidati all'apertura di una discarica, e stima pari a u_j la capacità di smaltimento giornaliera di una discarica costruita in j , e pari a c_j il costo di apertura di una discarica in j , $j = 1, \dots, m$.

Per limitare i disagi subiti dagli abitanti della zona interessata all'apertura delle discariche, GARBAGE decide di aprire le k discariche in modo da massimizzare la minima distanza intercorrente tra le coppie di discariche aperte (è nota la distanza $d_{j,h}$ tra ogni coppia (j, h) di siti candidati all'apertura di una discarica). Sapendo che GARBAGE ha a disposizione un budget B per sostenere i costi di apertura delle discariche, si formuli in termini di P.L.I. il problema di decidere dove aprire le k discariche, e come assegnare i comuni alle discariche aperte (ogni comune deve essere assegnato ad esattamente una discarica), in modo da non eccedere la capacità di smaltimento delle discariche, rispettare il vincolo di budget, e massimizzare la minima distanza intercorrente tra le coppie di discariche aperte.