

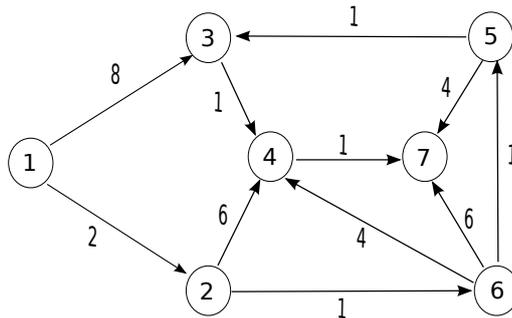
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2011/12)

Nome Cognome:

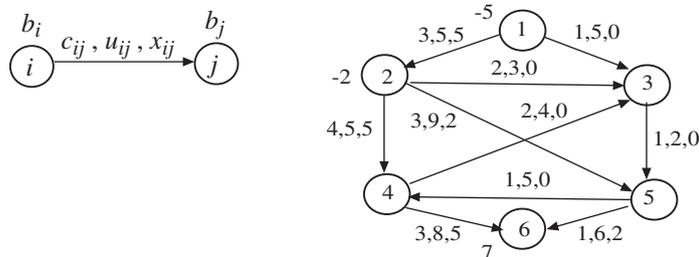
Corso di Laurea: L-31 26 Sp

Matricola:

1) Si determini un albero dei cammini minimi di radice $r = 1$ sul grafo in figura. Si utilizzi l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l’insieme dei nodi candidati Q (se utilizzato). Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato. Tale soluzione è l’unico albero dei cammini minimi di radice 1? Giustificare la risposta.



2) Si risolva il problema di flusso di costo minimo relativamente all’istanza in figura utilizzando l’algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso indicato, di costo $cx = 58$. Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità e la soluzione ottenuta dopo l’applicazione dell’operazione di composizione, con il suo costo. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima.

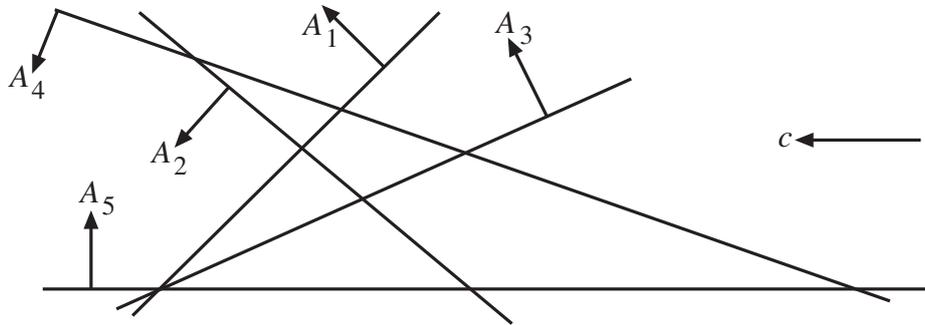


3) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcl}
 \max & -x_1 & - 2x_2 \\
 & -x_1 & + x_2 \leq 6 \\
 & & x_2 \leq 4 \\
 & -x_1 & - x_2 \leq 2 \\
 & & - x_2 \leq 0 \\
 & -x_1 & \leq 2
 \end{array}$$

Si applichi l’algoritmo del Simplexo Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 5\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l’indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l’indice entrante, giustificando le risposte. Si discuta l’eventuale degenerazione primale e duale delle basi visitate. Al termine, utilizzando le condizioni degli scarti complementari, si individui l’insieme di tutte le soluzioni ottime del problema dato, giustificando la risposta.

4) Si risolva graficamente il problema di PL rappresentato in figura utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l'indice entrante k , i segni delle componenti dei vettori y_B e η_B , l'indice uscente h , giustificando le risposte.



5) L'Agenzia delle Entrate ha deciso di potenziare alcuni degli m uffici riscossione di una popolosa città italiana per rendere più efficiente il servizio nei confronti dei suoi n utenti. In particolare, ogni utente deve essere servito da esattamente un ufficio. Inoltre, noti la distanza d_{ij} e il tempo di viaggio medio t_{ij} di ogni utente i nei confronti di ogni ufficio j , il servizio deve essere tale che il tempo globale speso dagli utenti per recarsi all'ufficio loro assegnato non ecceda una data soglia temporale T , oppure la distanza totale percorsa dagli utenti per recarsi all'ufficio loro assegnato non ecceda una data distanza D .

Nella configurazione corrente l'ufficio j ha capacità u_j , ovvero può servire al massimo u_j utenti, $j = 1, ..m$. Per ogni ufficio j , l'Agenzia vuole valutare se incrementare la capacità al valore $U_j > u_j$, al costo c_j . Si formuli in termini di PLI il problema di decidere quali uffici potenziare in modo da garantire agli utenti un servizio che soddisfi i requisiti sopra specificati, minimizzando il costo derivante dal potenziamento effettuato.