

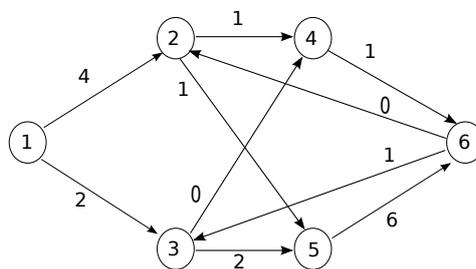
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2011/12)

Nome Cognome:

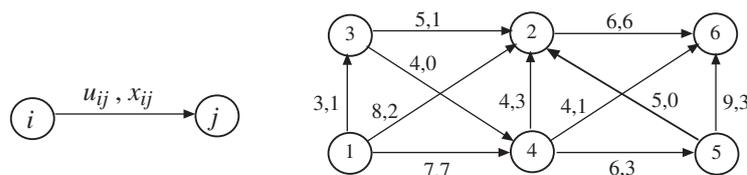
Corso di Laurea: L-31 26 Sp

Matricola:

1) Si determini un albero dei cammini minimi di radice $r = 1$ sul grafo in figura. Si utilizzi l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l’insieme dei nodi candidati Q . Si esaminino gli archi della stella uscente di ogni nodo visitato per ordine di nodo testa crescente. Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato. Se l’arco $(1, 2)$ avesse costo 5 invece che 4, l’albero individuato sarebbe ancora un albero di cammini minimi di radice 1? E se invece l’arco $(3, 5)$ avesse costo 3 invece che 2? (mantenendo $c_{12} = 4$) Giustificare le risposte.



2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura, utilizzando l’algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura, di valore $v = 10$. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l’ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, $(1,2)$ è visitato prima di $(1,3)$). Ad ogni iterazione si fornisca l’albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio (N_s, N_t) restituito dall’algoritmo e la sua capacità. Giustificare le risposte. Supponendo che il grafo rappresenti una rete di comunicazione, considerate poi il caso in cui il gestore della rete decida di investire denaro per incrementare di un’unità la capacità dell’arco $(1, 2)$, con l’obiettivo di riuscire ad inviare più flusso dal nodo 1 al nodo 6 rispetto a quanto consentito dalla configurazione corrente della rete, ovvero dalle capacità in figura. Tale investimento permetterebbe di raggiungere l’obiettivo del gestore? Giustificare la risposta.

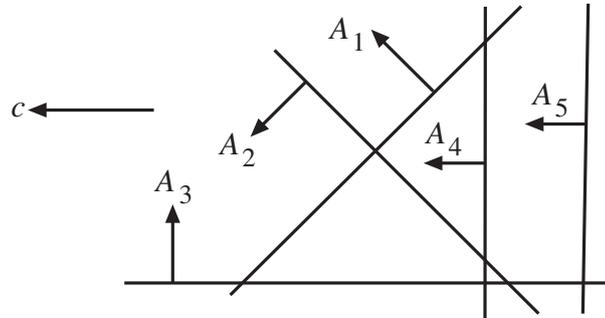


3) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & -x_1 - 2x_2 \\
 & -x_1 + x_2 \leq 6 \\
 & x_2 \leq 4 \\
 & -x_1 - x_2 \leq 2 \\
 & - x_2 \leq 0 \\
 & -x_1 \leq 2
 \end{aligned}$$

Utilizzando le condizioni degli scarti complementari, si verifichi se $\bar{x} = (-2, 0)$ sia una soluzione ottima per il problema dato. Inoltre, si specifichi se \bar{x} sia una soluzione di base, e si individui l’insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale di quello dato. Giustificare le risposte.

4) Si risolva graficamente il problema di PL indicato in figura, utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale a partire dalla base $B = \{1, 4\}$; si noti che c è parallelo ad A_4 ed A_5 . Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l'indice entrante k , i segni delle componenti dei vettori y_B e η_B , l'indice uscente h , giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo.



5) L'agenzia petrolifera brasiliana Petrobras sta organizzando il viaggio di un proprio tir. Il tir deve partire dal deposito di Paulinia (denotato con s per comodità), arrivare al deposito di Fortaleza (denotato con t per comodità) e deve essere obbligatoriamente composto da k tappe intermedie. L'agenzia ha individuato un insieme N_1 di possibili tappe alternative presso cui l'autista può sostare una volta lasciata Paulinia, un insieme N_2 di possibili tappe alternative presso cui può sostare una volta lasciata la località prescelta tra quelle in N_1, \dots , e un insieme N_k di possibili tappe alternative presso cui può sostare una volta lasciata la località prescelta tra quelle in N_{k-1} , prima di recarsi a Fortaleza per terminare il viaggio. Definendo $N_0 = \{s\}$ e $N_{k+1} = \{t\}$, date due qualsiasi località i e j , con $i \in N_h$ e $j \in N_{h+1}$ (per un opportuno $h \in \{0, \dots, k\}$), è noto il costo c_{ij} sostenuto da Petrobras per il viaggio del tir lungo la tratta dalla località i alla località j .

Per rinfancare l'autista durante ogni tappa, Petrobras dispone di $m \geq k$ buoni d'ingresso presso locali d'intrattenimento. Il buono b , se utilizzato durante la sosta presso la località j , costa all'azienda g_{bj} . Ovviamente un buono può essere utilizzato al più una volta. Si formuli in termini di PLI il problema di decidere quali tappe intermedie effettuare e quali buoni utilizzare (va scelto un buono per ogni tappa) in modo tale da minimizzare il costo complessivo sostenuto da Petrobras.