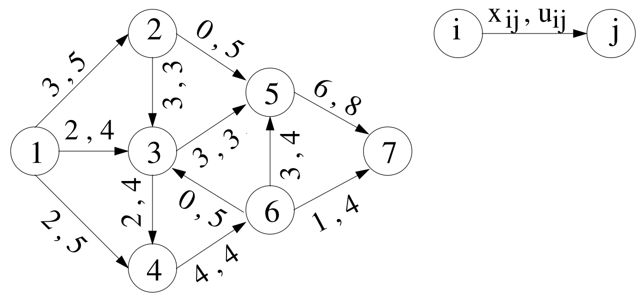
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2011/12)

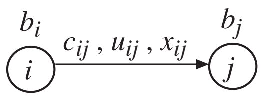
Nome Cognome:

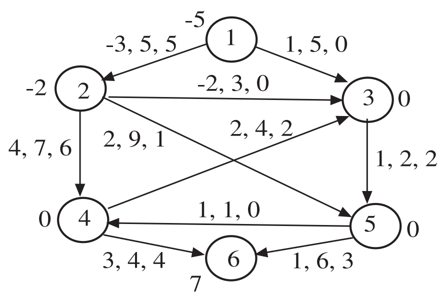
Corso di Laurea: L-31 26 Sp **Matricola:**

1) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura, di valore $v = 7$. Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s, l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio. È possibile aumentare il valore del flusso massimo aumentando la capacità dell'arco $(5, 7)$? Giustificare la risposta.



2) Si risolva il problema di flusso di costo minimo per l'istanza in figura utilizzando l'algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso indicato, di costo $cx = 32$. Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità, ed il flusso ottenuto dopo l'applicazione dell'operazione di composizione, con il suo costo. Al termine si dimostri che il flusso ottenuto è ottimo, e si discuta se è l'unico flusso ottimo, giustificando la risposta.



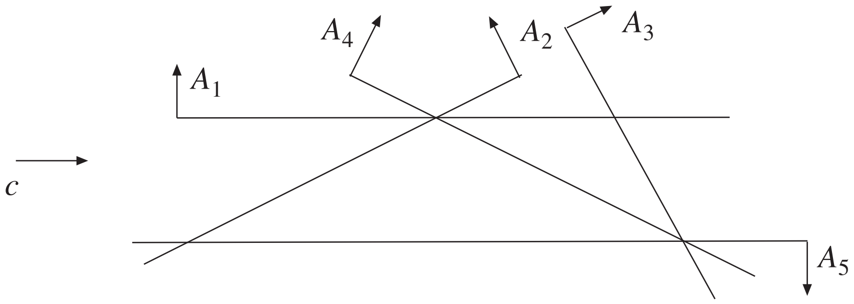


3) Si consideri il seguente problema di PL:

$$
\begin{array}{rrcrcr}
\max & x_1 & + & x_2 & & \\
 & x_1 & - & 2x_2 & \leq & 2 \\
 & & & x_2 & \leq & 4 \\
 & x_1 & & & \leq & 2 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & -2
\end{array}
$$

Si applichi l'algoritmo del Simplesso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{2, 3\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k, il vettore η_B, il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h, giustificando le risposte. In caso di ottimo finito, si discuta se la soluzione ottima duale individuata sia unica, giustificando la risposta.

4) Si risolva geometricamente, per mezzo dell'algoritmo del Simplesso Primale, il problema di PL in figura a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base $\bar{x}$ e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo. Al termine, in caso di ottimo finito, si discuta l'unicità delle soluzioni ottime, primale e duale, individuate dall'algoritmo.



5) L'agenzia per lo sviluppo energetico *Energie* deve aprire p centrali elettriche in una regione della Francia. Individua pertanto un insieme J di siti candidati all'apertura di una centrale, con $|J| \geq p$. L'agenzia censisce inoltre l'insieme I dei principali centri abitati della regione, e stima le distanze d_{ij} intercorrenti tra il centro abitato i e il sito candidato j, $\forall i \in I, j \in J$.

Tenendo conto che, per ogni centro abitato i, la centrale elettrica *critica* per i è la centrale più vicina a i tra quelle aperte, si formuli in termini di P.L.I. il problema di decidere dove aprire le p centrali elettriche in modo da massimizzare la minima distanza intercorrente tra un centro abitato e la centrale elettrica critica per tale centro abitato.