

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2012/13)**Nome Cognome:****Corso di Laurea:**

L-31

26

Sp

Matricola:

1) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcll}
\max & \alpha x_1 & + & x_2 \\
& x_1 & + & 2x_2 \leq 5 \\
& -x_1 & + & x_2 \leq 1 \\
& & & -x_2 \leq 0 \\
& -x_1 & & \leq 0
\end{array}$$

Si determini per quali valori del parametro reale α la soluzione $\bar{x} = (1, 2)$ sia ottima per il problema. Inoltre, si specifichi se $\bar{x}$ sia una soluzione di base, discutendone l'eventuale degenerazione, e si individui, al variare del parametro α , l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale di quello dato. Giustificare le risposte.

2) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcll}
\max & -x_1 & - & x_2 \\
& -x_1 & - & x_2 \leq 1 \\
& & - & x_2 \leq 0 \\
& -x_1 & & \leq 1 \\
& -x_1 & + & x_2 \leq 3 \\
& & & x_2 \leq 2
\end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simplexso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{4, 5\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte. Si discuta l'eventuale degenerazione primale e duale delle basi visitate. Nel caso di ottimo finito, la soluzione ottima primale individuata dall'algoritmo è unica? Giustificare la risposta.

3) Si risolva il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcll}
\max & 2x_1 & + & 2x_2 \\
& x_1 & + & x_2 \leq 1 \\
& -x_1 & + & 2x_2 \leq 1 \\
& x_1 & - & x_2 \leq -1 \\
& & - & x_2 \leq -1
\end{array}$$

utilizzando l'algoritmo del Simplexso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h , giustificando le risposte. Nel caso di ottimo finito, si indichi la coppia di soluzioni ottime restituite dall'algoritmo. Altrimenti, si determini una direzione di decrescita tale che il problema duale risulti illimitato e si specifichi cosa si può concludere riguardo al problema primale.

4) Il comune di Pisa decide di istituire un servizio di assistenza domiciliare per persone in difficoltà, denominato *Home*. Dopo una fase di selezione delle richieste pervenute, *Home* individua n cittadini da assistere mediante m operatori socio-sanitari. Il cittadino i necessita di una tipologia di assistenza che richiede un tempo di servizio stimato pari a t_i ore, $i = 1, \dots, n$. L'operatore j , per proprie regole contrattuali, deve lavorare al massimo per U_j ore al giorno; l'operatore j , inoltre, ha la facoltà di segnalare il sottoinsieme $P(j)$ di cittadini che preferirebbe assistere, $j = 1, \dots, m$.

Home definisce il *coefficiente di utilizzo* dell'operatore j come il tempo totale di servizio giornaliero di j (espresso come somma dei tempi di servizio dei cittadini assegnati a j) diviso la durata lavorativa giornaliera U_j , e si pone l'obiettivo di assegnare gli n cittadini individuati agli m operatori secondo un criterio di equità, ovvero minimizzando il massimo coefficiente di utilizzo degli operatori.

Si formuli in termini di P.L.I. il problema di assegnare gli n cittadini agli m operatori in modo che ogni cittadino sia assegnato ad esattamente un operatore, la durata massima di lavoro di ogni operatore sia rispettata, e le preferenze degli operatori siano soddisfatte, in modo tale da minimizzare il massimo coefficiente di utilizzo degli operatori.