

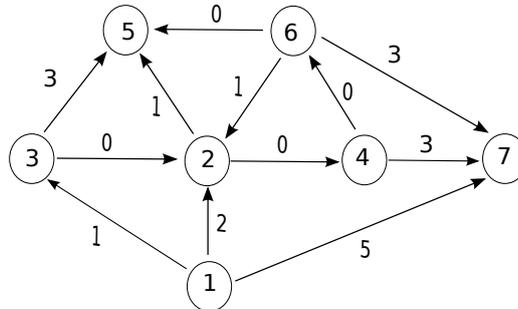
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2012/13)

Nome Cognome:

Corso di Laurea: L-31 26 Sp

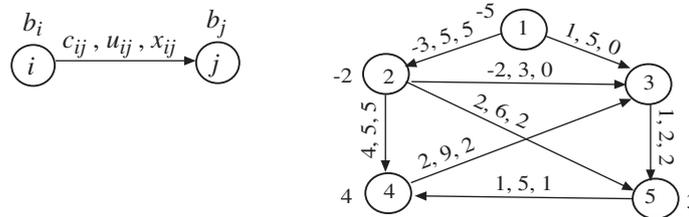
Matricola:

1) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura.



Si utilizzi l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l’insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato. Nel caso in cui il costo dell’arco $(6, 5)$ fosse un parametro reale ϵ (anzichè valere 0, come in figura), per quali valori di tale parametro l’albero individuato al passo precedente continuerebbe ad essere un albero dei cammini minimi di radice 1? Giustificare la risposta.

2) Si risolva il problema di flusso di costo minimo sull’istanza in figura utilizzando l’algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso indicato, di costo $cx = 16$. Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità, e la soluzione ottenuta dopo l’applicazione dell’operazione di composizione, con il suo costo. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima.



3) Si consideri il seguente problema di P.L., parametrico in $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}
 (P_\alpha) \quad \max \quad & 3x_1 - x_2 \\
 & -x_1 + x_2 \leq 1 \\
 & 2x_1 - x_2 \leq 1 \\
 & x_1 + x_2 \leq \alpha \\
 & -x_1 \leq 0 \\
 & -x_2 \leq 0
 \end{aligned}$$

Si determini per quali valori di α la soluzione di base duale associata alla base $B = \{1, 2\}$ sia ottima per il problema duale, discutendo l’unicità di tale soluzione al variare di α . Si dimostri infine che il problema (P_α) non può essere superiormente illimitato per nessun valore di α . Giustificare le risposte.

4) Si risolva il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcllcl}
 \max & 2x_1 & + & x_2 & & \\
 & 2x_1 & - & 2x_2 & \leq & 4 \\
 & 2x_1 & - & 3x_2 & \leq & 4 \\
 & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 2 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 6 \\
 & -x_1 & & & \leq & -2 \\
 & & & -x_2 & \leq & 0
 \end{array}$$

utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{4, 6\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h , giustificando le risposte.

5) Il comune di Pisa decide di aprire alcuni presidi per l'assistenza ad anziani, per far fronte alla crescente richiesta. Individua pertanto un insieme J di siti candidati per la costruzione di tali presidi, e stima pari a c_j il costo da sostenere per costruire un presidio nel sito j , $j \in J$. Individua inoltre l'insieme dei quartieri I che necessitano del servizio di assistenza ad anziani e, in particolare, stima pari ad a_i il numero di anziani del quartiere i che necessitano del servizio, $i \in I$.

Gli assessori preposti al servizio valutano che 15 minuti sia il tempo di viaggio adeguato per il servizio; in altri termini, il tempo che un anziano dovrebbe impiegare per recarsi dal proprio quartiere ad un presidio, ove ricevere assistenza, non dovrebbe eccedere 15 minuti. Il comune di Pisa ha però un budget limitato, pari a B . Decide quindi di costruire presidi, compatibilmente con il budget disponibile, in modo da massimizzare il numero di anziani che riusciranno a recarsi presso un presidio di assistenza entro tale limite temporale, ovvero entro 15 minuti. Per garantire un servizio accettabile per tutti, si stabilisce inoltre che ogni anziano debba comunque potersi recare presso almeno uno dei presidi aperti entro 30 minuti.

Dati i sottoinsiemi $D_{15}(i)$ e $D_{30}(i)$ che specificano, per ogni quartiere i , i siti in J la cui distanza temporale da i è ≤ 15 minuti e ≤ 30 minuti, rispettivamente, si formuli in termini di PLI il problema di decidere in quali siti di J costruire i presidi rispettando il vincolo di budget e garantendo che ogni anziano possa recarsi presso almeno uno dei presidi aperti entro 30 minuti, con l'obiettivo di massimizzare il numero di anziani che riusciranno a recarsi presso un presidio entro 15 minuti.