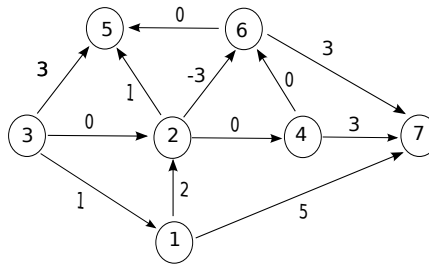
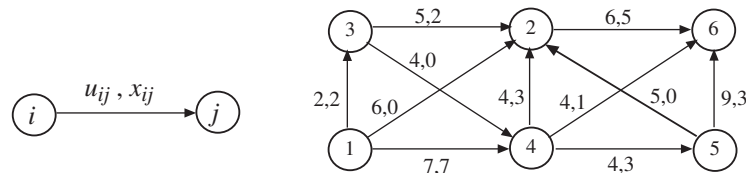


RICERCA OPERATIVA (a.a. 2012/13)**Nome Cognome:****Corso di Laurea:** L-31 26 Sp **Matricola:**

1) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 3 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q (se utilizzato). Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. Tale soluzione è l'unico albero dei cammini minimi di radice 3? Giustificare la risposta.



2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura, di valore $v = 9$. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, $(1,2)$ è visitato prima di $(1,3)$). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine si indichi il taglio (N_s, N_t) restituito dall'algoritmo e la sua capacità. Si discuta infine come cambierebbero il flusso massimo e il taglio di capacità minima individuati dall'algoritmo se l'arco $(1,2)$ avesse capacità $u_{12} = 5$.

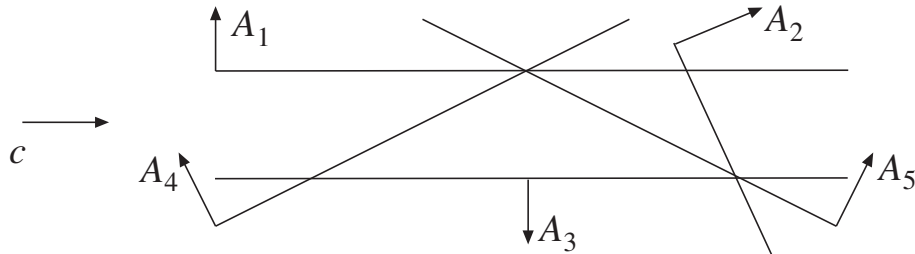


3) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & -4x_1 + 2x_2 \\
 (P) \quad & -x_1 + x_2 \leq 1 \\
 & -2x_1 + x_2 \leq 1 \\
 & x_2 \leq 2 \\
 & x_1 + x_2 \leq 5
 \end{aligned}$$

- Si verifichi se $\bar{x} = (-1/2, 0)$ sia una soluzione di base per (P)
- Si verifichi se $\bar{x} = (-1/2, 0)$ sia una soluzione ottima per (P)
- Si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime di (P)
- Si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale di quello dato.

4) Si risolva geometricamente, per mezzo dell'algoritmo del Simpleso Primale, il problema di PL in figura a partire dalla base $B = \{3, 4\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base $\bar{x}$ e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo.



5) Si consideri una rete logistica descritta in termini di un grafo orientato $G = (N, A)$. In tale rete, il nodo sorgente s deve spedire una quantità di merce α al nodo destinazione t . Gli archi della rete sono capacitati. Ad ogni collegamento $(i, j) \in A$ è infatti associata una capacità superiore u_{ij} , che non può essere violata dal flusso di merce inviato lungo (i, j) .

Per evitare la congestione della rete, si vuole organizzare l'invio di flusso da s a t in modo da minimizzare il numero di collegamenti il cui flusso risulti maggiore dell'80% della rispettiva capacità superiore. Si formuli in termini di P.L.I. il problema di decidere come inviare le α unità di merce da s a t rispettando i vincoli di capacità superiore e minimizzando il numero totale di collegamenti (i, j) il cui flusso risulti $> 80\%u_{ij}$.