

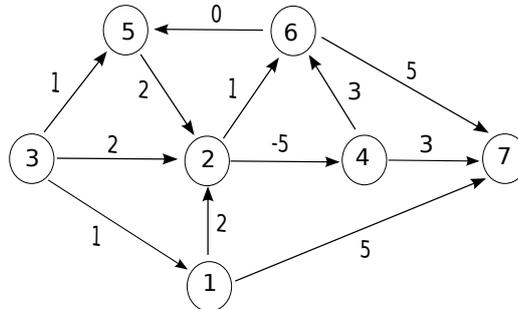
**RICERCA OPERATIVA (a.a. 2012/13)**

**Nome Cognome:**

**Corso di Laurea:** L-31 26 Sp

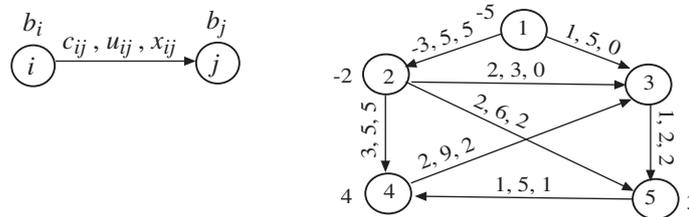
**Matricola:**

1) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 3 sul grafo in figura.



Si utilizzi l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato  $u$ , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l’insieme dei nodi candidati  $Q$ , esaminando gli archi della stella uscente di  $u$  per ordine crescente dei rispettivi nodi testa. Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato. Tale soluzione è l’unico albero dei cammini minimi di radice 3? Giustificare la risposta.

2) Si risolva il problema di flusso di costo minimo relativamente all’istanza in figura utilizzando l’algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso indicato, di costo  $cx = 11$ . Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità, e la soluzione ottenuta dopo l’applicazione dell’operazione di composizione, con il suo costo. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima, e si discuta la sua unicità.

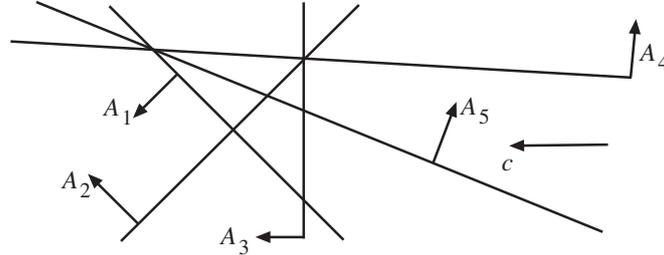


3) Si risolva il seguente problema di P.L.:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & -x_1 + x_2 \\
 & x_1 + 2x_2 \leq 1 \\
 & \phantom{x_1} - x_2 \leq 0 \\
 & -x_1 + x_2 \leq 0 \\
 & x_1 + x_2 \leq -1 \\
 & x_1 \leq 2
 \end{aligned}$$

utilizzando l’algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base  $B = \{3, 5\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base discutendone l’eventuale degenerazione, l’indice entrante  $k$ , il vettore  $\eta_B$ , il passo  $\theta$  e l’indice uscente  $h$ , giustificando le risposte. Nel caso di ottimo finito, si indichi la coppia di soluzioni ottime restituite dall’algoritmo. Altrimenti, si determini una direzione di decrescita tale che il problema duale risulti illimitato e si specifichi cosa si può concludere riguardo al problema primale.

4) Si risolva graficamente il problema di P.L. rappresentato in figura, utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale a partire dalla base  $B = \{1, 4\}$  (si noti che  $c \parallel A_3$ ). Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l'indice entrante  $k$ , i segni delle componenti dei vettori  $\bar{y}_B$  e  $\eta_B$ , e l'indice uscente  $h$ , giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo.



5) Si consideri il seguente modello matematico:

$$\begin{aligned} \min \quad & \max\{2x_1 - x_2 + x_3, 3x_1 + 4x_2 - 2x_3\} \\ & x_1 \in \{2, 5, 7\} \\ & x_2 \in \{0, 1\} \\ & x_2 = 1 \Rightarrow x_3 \in [5, 18] \\ & x_2 = 0 \Rightarrow x_3 = 0. \end{aligned}$$

Utilizzando le tecniche di modellazione apprese durante il corso, lo si formuli in termini di Problema di Programmazione Lineare Intera (P.L.I.). Giustificare le risposte.