

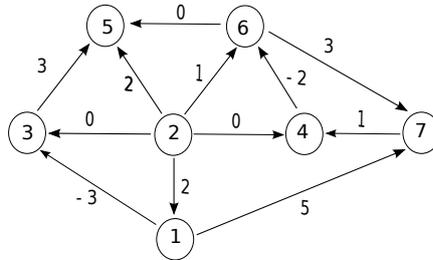
**RICERCA OPERATIVA (a.a. 2012/13)**

**Nome Cognome:**

**Corso di Laurea:** L-31 26 Sp

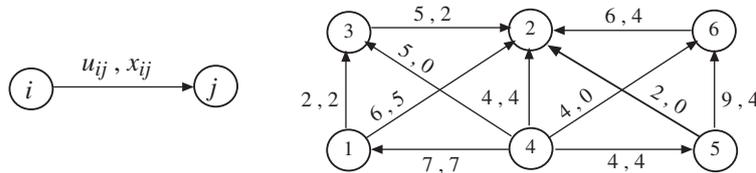
**Matricola:**

1) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 2 sul grafo in figura.



Si utilizzi l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato  $u$ , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l’insieme dei nodi candidati  $Q$ , esaminando gli archi della stella uscente di  $u$  per ordine crescente dei rispettivi nodi testa. Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato. Nel caso in cui il costo dell’arco (7,4) subisca una modifica, diventando -1, la soluzione precedentemente individuata continua ad essere un albero dei cammini minimi di radice 2? In caso affermativo, tale albero è l’unica soluzione ottima? Giustificare le risposte.

2) Si individui un flusso massimo dal nodo 4 al nodo 2 sulla rete in figura, utilizzando l’algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura di valore  $v = 15$ . Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l’ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l’albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio  $(N_s, N_t)$  restituito dall’algoritmo e la sua capacità. Si discuta infine come cambierebbero le risposte se l’arco (4,6) avesse capacità  $u_{46} = 6$ .



3) Si determini per quali valori del parametro reale  $\alpha$  la soluzione  $\bar{x} = [1, 1]$  sia ottima per il seguente problema di PL

$$\begin{aligned}
 (P_\alpha) \quad & \max \quad 3x_1 - x_2 \\
 & -x_1 - x_2 \leq 1 \\
 & -x_1 + x_2 \leq 0 \\
 & 2x_1 - x_2 \leq 1 \\
 & 3x_1 - x_2 \leq \alpha
 \end{aligned}$$

discutendone l’unicità, il fatto che sia una soluzione di base e l’eventuale degenerazione. Giustificare le risposte.

4) Si risolva il seguente problema di PL, per via algebrica, mediante l’algoritmo del Simpleso Primale a partire dalla base  $B = \{3, 4\}$ :

$$\begin{aligned}
 \max \quad & x_1 - 3x_2 \\
 & x_1 - x_2 \leq 1 \\
 & x_1 \leq 4 \\
 & -x_1 + x_2 \leq 3 \\
 & x_2 \leq 7
 \end{aligned}$$

Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l’eventuale degenerazione primale e duale della base, l’indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento, e l’indice entrante, giustificando le risposte. Al termine si discuta quali informazioni si possono ricavare riguardo il problema duale del PL dato.

5) *AirExpress* (AE) è una compagnia di trasporto express che garantisce la consegna notturna di pacchi negli Stati Uniti. Il manager dell'hub di AE, situato in Baltimora, deve gestire gli operatori addetti alla consegna dei pacchi. L'hub opera sette giorni alla settimana e, sulla base di stime relative alla domanda di pacchi da consegnare, il manager ha stimato nel modo seguente il numero minimo di operatori necessari in ogni giorno della settimana:

| giorno    | Domenica | Lunedì | Martedì | Mercoledì | Giovedì | Venerdì | Sabato |
|-----------|----------|--------|---------|-----------|---------|---------|--------|
| operatori | 18       | 27     | 22      | 26        | 25      | 21      | 19     |

Gli operatori di AE lavorano con un contratto che garantisce turni di lavoro di 5 giorni a settimana, con due giorni consecutivi di riposo (i turni ammissibili sono quindi 7). Il salario settimanale per operatore è di 705 dollari se l'operatore non riposa in nessuno dei due giorni del weekend, di 680 dollari se riposa in uno solo dei due, e di 655 dollari se riposa in entrambi. Inoltre il manager di AE può chiamare ogni giorno un numero arbitrario di lavoratori interinali al costo di 125 dollari l'uno. Si aiuti il manager di AE proponendo due diversi modelli *PLI* che decidano quanti operatori di AE assegnare ad ogni turno e/o quanti interinali assegnare ad ogni giorno, in modo tale da:

1. (*primo modello*) minimizzare il salario totale da pagare garantendo il numero minimo di operatori richiesto per ogni giorno della settimana;
2. (*secondo modello*) avendo a disposizione un budget settimanale pari a 23000 dollari per il pagamento dei salari, ma non potendo utilizzare lavoratori interinali, ottenere un carico di lavoro quanto più possibile equo, minimizzando la somma tra il massimo scostamento in eccesso ed il massimo scostamento in difetto tra il numero di operatori assegnati in un giorno e la stima degli operatori necessari quel giorno, posto che il massimo scostamento in difetto deve comunque risultare inferiore a due.