

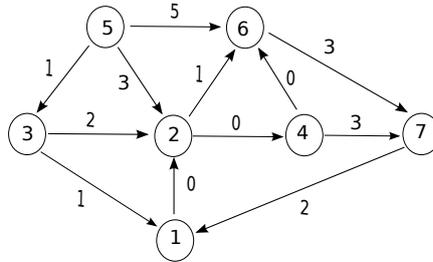
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2012/13)

Nome Cognome:

Corso di Laurea: L-31 26 Sp

Matricola:

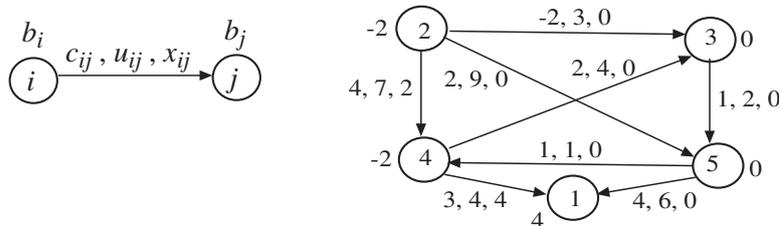
1) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 5 sul grafo in figura.



Si utilizzi l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l’insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato.

Nel caso in cui il costo dell’arco $(6, 7)$ fosse un parametro reale ϵ (anzichè valere 3, come in figura), per quali valori di tale parametro l’albero individuato al passo precedente continuerebbe ad essere un albero dei cammini minimi di radice 5? E per quali valori di ϵ l’albero ottimo determinato sarebbe unico? Giustificare le risposte.

2) Si risolva il problema di flusso di costo minimo relativamente all’istanza in figura utilizzando l’algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso indicato, di costo $cx = 20$. Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità, e la soluzione ottenuta dopo l’applicazione dell’operazione di composizione, con il suo costo. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima, e si discuta se sia unica, giustificando la risposta.

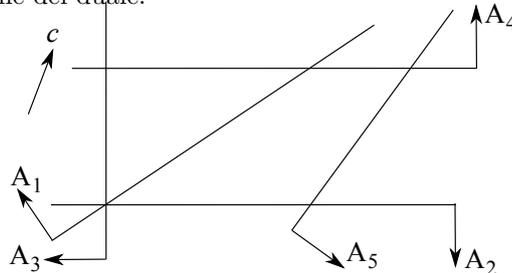


3) Si risolva il seguente problema di P.L.:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 3x_1 - 2x_2 \\
 & 2x_1 + x_2 \leq 2 \\
 & x_1 - x_2 \leq 0 \\
 & x_1 + x_2 \leq -1 \\
 & -x_1 + x_2 \leq 0 \\
 & -x_2 \leq 0
 \end{aligned}$$

utilizzando l’algoritmo del Simplexso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 5\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l’indice entrante k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l’indice uscente h , giustificando le risposte. Nel caso di ottimo finito, si indichi la coppia di soluzioni ottime restituite dall’algoritmo. Altrimenti, si determini una direzione di decrescita tale che il problema duale risulti illimitato e si specifichi cosa si può concludere riguardo al problema primale.

4) Si risolva geometricamente, per mezzo dell'algoritmo del Simpleso Primale, il problema di PL in figura a partire dalla base $B = \{2, 3\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base \bar{x} e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo. Al termine, se l'algoritmo ha determinato una soluzione ottima si discuta l'unicità delle soluzioni ottime, sia del problema primale che del duale.



5) *S&E P Construction* ha sottoscritto contratti relativi alla costruzione di quattro edifici, che richiedono rispettivamente 450, 275, 300 e 350 tonnellate di cemento per essere completati. Vengono a tale fine interpellate tre compagnie specializzate nella produzione di cemento. La Compagnia 1 ($C1$) può consegnare complessivamente al più 525 tonnellate di cemento, la Compagnia 2 ($C2$) al più 450 tonnellate, mentre la Compagnia 3 ($C3$) può consegnare al più 550 tonnellate di cemento. Il prezzo di acquisto per tonnellata di cemento dipende dalla Compagnia e dal sito di costruzione: è pari a 120 per le consegne da $C1$ ai siti relativi ai primi due progetti, e pari a 130 per le consegne da $C1$ ai siti relativi agli ultimi due progetti; vale 100 per le consegne da $C2$ ai siti relativi ai primi due progetti, e 115 per le consegne da $C2$ ai siti relativi agli ultimi due progetti; vale infine 140 per gli invii da $C3$. Le compagnie pongono però delle condizioni speciali relativamente alle modalità di consegna del cemento:

- $C1$ stabilisce di effettuare solo consegne per quantità maggiori o uguali a 150 tonnellate (ovvero, per ognuno dei quattro progetti, o non effettua alcuna consegna oppure invia una quantità maggiore o uguale a 150 tonnellate);
- $C2$ specifica di poter effettuare al più una consegna di importo maggiore di 200 tonnellate;
- $C3$ stabilisce che la quantità totale di cemento inviata ai quattro siti dovrà essere pari a 200, 400 o 550 tonnellate (oppure 0, se decidesse di non rifornire alcun sito).

Si formuli un modello di PLI per aiutare il manager di *S&E P Construction* a decidere quante tonnellate di cemento acquistare dalle tre compagnie, per i suoi quattro progetti, in modo da garantire la consegna delle quantità di cemento necessarie per il completamento dei progetti al costo minimo soddisfacendo le speciali condizioni di invio poste dalle compagnie.