

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2013/14)

1) Si risolva il seguente problema di *PL*

$$\begin{array}{rcll} \max & x_1 & - & 3x_2 \\ & x_1 & - & x_2 \leq 1 \\ & x_1 & & \leq 4 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq 2 \\ & & & x_2 \leq 6 \end{array}$$

per via algebrica, mediante l'algoritmo del Simpleso Primale a partire dalla base $B = \{3, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'eventuale degenerazione primale e duale della base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento, e l'indice entrante, giustificando le risposte. Al termine si discuta quali informazioni si possono ricavare riguardo il problema duale del *PL* dato.

2) Si risolva algebricamente il seguente problema di *PL*

$$\begin{array}{rcll} \max & x_1 & + & x_2 \\ & x_1 & & \leq 4 \\ & & & x_2 \leq 2 \\ & x_1 & + & x_2 \leq 2 \\ & x_1 & & \leq -1 \\ & -x_1 & - & x_2 \leq -4 \end{array}$$

mediante l'algoritmo del Simpleso Duale, partendo dalla base $B = \{1, 2\}$. Ad ogni iterazione si mostrino la base, la matrice di base e la sua inversa, le soluzioni di base, il vettore η_B , gli indici entrante ed uscente, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, primale e duale, delle basi incontrate.

3) Si consideri il seguente problema di *PL*:

$$(P) \quad \begin{array}{rcll} \max & 3x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 \\ & x_1 & + & 3x_2 & - & 3x_3 \leq -2 \\ & -x_1 & + & x_2 & + & x_3 \leq 1 \\ & x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 \leq 4 \\ & 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 \leq 3 \\ & -x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 \leq 0 \end{array}$$

Utilizzando il Teorema degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{y} = [1, 0, 0, 1, 0]$ sia ottima per il suo duale, discutendone in questo caso l'unicità. Giustificare le risposte.

4) Si consideri una rete di telecomunicazione descritta mediante un grafo orientato $G = (N, A)$. Il nodo sorgente s deve inviare un messaggio cifrato al nodo destinazione t lungo un cammino orientato di G . Al fine di monitorare l'instradamento del messaggio, si impone di installare un dispositivo di controllo in ogni nodo del cammino da s a t selezionato per l'invio (esclusi s e t). Sapendo che ad ogni collegamento della rete è associato un costo di utilizzo $c_{ij} > 0$, che l'installazione di un dispositivo di controllo in i comporta un costo di installazione $c_i > 0$, e che il budget a disposizione per installare dispositivi di controllo è pari a B , si formuli in termini di *PLI* il problema di decidere lungo quale cammino di G inviare il messaggio in modo da rispettare il vincolo di budget, minimizzando il costo totale sostenuto per l'invio. *Suggerimento*: si tratta di una variante del modello *PLI* relativo all'individuazione di un cammino minimo da un nodo sorgente a un nodo destinazione prefissati.