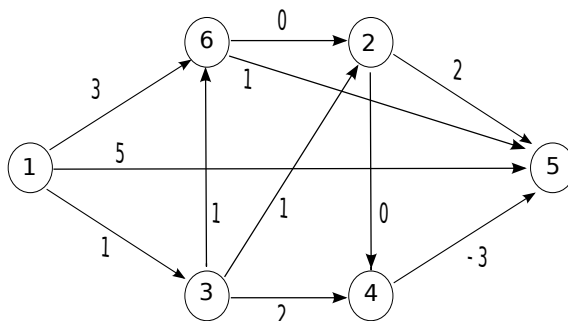
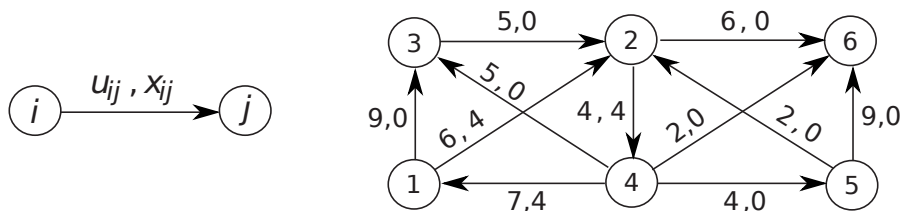


RICERCA OPERATIVA (a.a. 2013/14)

1) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q (se utilizzato). Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. Si discuta infine se l'albero individuato sia l'unico albero dei cammini minimi di radice 1.



2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura di valore $v = 0$. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, $(1,2)$ è visitato prima di $(1,3)$). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio (N_s, N_t) restituito dall'algoritmo e la sua capacità. Si discuta infine come cambierebbero le risposte se l'arco $(1,2)$ avesse capacità $u_{12} = 5$.

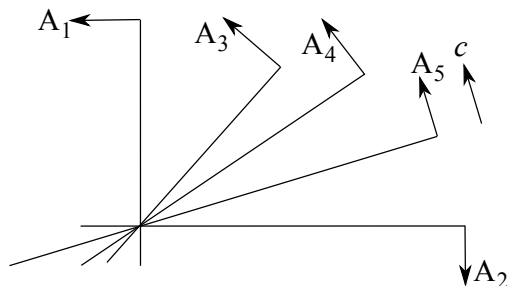


3) Si dimostri l'ottimalità della soluzione $\bar{x} = [1, 1]$ per il seguente problema di PL

$$(P) \quad \begin{array}{rcll} \max & 3x_1 & - & x_2 \\ & -x_1 & - & x_2 \leq 1 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq 0 \\ & 2x_1 & - & x_2 \leq 1 \\ & 3x_1 & - & x_2 \leq 4 \end{array}$$

discutendone l'unicità, il fatto che sia una soluzione di base e l'eventuale degenerazione. Giustificare le risposte.

4) Si risolva geometricamente, per mezzo dell'algoritmo del Simpleso Primale, il problema di PL in figura a partire dalla base $B = \{1, 2\}$; si noti che c è collineare ad A_5 . Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base $\bar{x}$ e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo. Al termine, se l'algoritmo ha determinato una soluzione ottima si discuta l'unicità delle soluzioni ottime primali e duali del problema.



5) L'Autorità Sanitaria (AS) di una ricca regione italiana decide di aprire p centri di assistenza anziani. Individua pertanto un insieme J di siti candidati all'apertura di un centro, con $|J| > p$, e stabilisce che, se verrà attivato un centro nel sito j , esso dovrà essere organizzato in modo da poter prestare assistenza ad al più U_j anziani al giorno. L'AS individua inoltre l'insieme I dei principali centri abitati della regione, e per ciascun $i \in I$ stima il numero h_i di anziani del centro abitato i che si ritiene possano necessitare di cure giornaliere. Per facilitare i trasferimenti degli anziani, l'AS stabilisce che tutti gli anziani di uno stesso centro abitato $i \in I$ dovranno recarsi presso un unico centro di assistenza $j \in J$, che deve distare al più T chilometri da i ; è nota la distanza d_{ij} per ogni coppia $(i, j) \in I \times J$. Inoltre, per evitare la concentrazione dei centri di assistenza in particolari aree della regione, con conseguente disomogeneità del servizio, l'AS decide di aprire i centri di assistenza in modo da massimizzare la minima distanza intercorrente tra le coppie di centri aperti; è nota la distanza d_{hj} tra ogni coppia $(h, j) \in J \times J$ di siti candidati. Si formuli in termini di PLI il problema di decidere dove aprire i p centri di assistenza anziani, e come assegnare i centri abitati ai centri aperti, in modo che ogni centro abitato sia assegnato ad esattamente un centro di assistenza distante al più T chilometri e la capacità di ogni centro di assistenza anziani sia rispettata, massimizzando la minima distanza intercorrente tra le coppie di centri di assistenza aperti.