

1) L'arbitro dell'attesissimo derby è autorizzato a sospendere l'incontro se gli spettatori invadono il campo e il prefetto vieta la prosecuzione dell'incontro per motivi di sicurezza oppure i giocatori non vogliono più giocare e il presidente della Lega autorizza la sospensione. Se l'incontro viene sospeso, il prefetto deve rapidamente organizzare l'evacuazione in sicurezza dello stadio. Formulare mediante relazioni lineari l'insieme delle relazioni logiche descritte.

SVOLGIMENTO

Consideriamo le proposizioni elementari:

g = "i giocatori vogliono giocare",
 ℓ = "il presidente della Lega autorizza la sospensione",
 i = "gli spettatori invadono il campo",
 p = "il prefetto vieta la prosecuzione dell'incontro",
 d = "il derby viene sospeso",
 s = "il prefetto organizza l'evacuazione".

Le relazioni logiche descritte nel testo sono pertanto:

$$d = (i \wedge p) \vee (\neg g \wedge \ell), \quad (1)$$

$$d \implies s. \quad (2)$$

Siano $x(g), x(\ell), x(i), x(p), x(d)$ e $x(s)$ le variabili booleane corrispondenti.

La relazione logica $v = (i \wedge p)$ può essere espressa tramite i vincoli:

$$\begin{aligned} x(v) &\leq x(i), \\ x(v) &\leq x(p), \\ x(v) &\geq x(i) + x(p) - 1, \end{aligned}$$

dove $x(v)$ è la variabile booleana corrispondente a v .

Ricordando che $x(\neg g) = 1 - x(g)$, la relazione logica $w = (\neg g \wedge \ell)$ può essere espressa tramite i vincoli:

$$\begin{aligned} x(w) &\leq 1 - x(g), \\ x(w) &\leq x(\ell), \\ x(w) &\geq x(\ell) + 1 - x(g) - 1 = x(\ell) - x(g), \end{aligned}$$

dove $x(w)$ è la variabile booleana corrispondente a w .

Quindi, la relazione (1), ovvero $d = v \vee w$, può essere espressa tramite i vincoli:

$$\begin{aligned} x(d) &\geq x(v), \\ x(d) &\geq x(w), \\ x(d) &\leq x(v) + x(w). \end{aligned}$$

La relazione (2) può essere espressa tramite il solo vincolo:

$$x(s) \geq x(d).$$

Quindi la formulazione richiesta è data da:

$$\begin{aligned} x(v) &\leq x(i) \\ x(v) &\leq x(p) \\ x(v) &\geq x(i) + x(p) - 1 \\ x(w) &\leq 1 - x(g) \\ x(w) &\leq x(\ell) \\ x(w) &\geq x(\ell) - x(g) \\ x(d) &\geq x(v) \\ x(d) &\geq x(w) \\ x(d) &\leq x(v) + x(w) \\ x(s) &\geq x(d) \end{aligned}$$

$$x(g), x(\ell), x(i), x(p), x(d), x(s), x(v), x(w) \in \{0, 1\}.$$