

Simulazione
a.a. 2008/09
Dinamica dei Sistemi: Ritardi

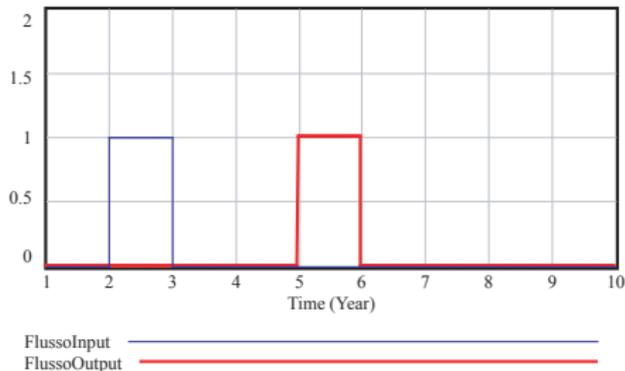
Nei modelli di dinamica dei sistemi le catene ed i cicli causali, come abbiamo visto, giocano un ruolo molto importante. La loro presenza rende spesso difficile da prevedere il comportamento di un sistema.

Ciò è tanto più vero dal momento che gli effetti non si verificano immediatamente dopo le azioni che li causano: ci sono molto spesso **ritardi** nel manifestarsi degli effetti, e ciò può rendere particolarmente difficile da analizzare e spesso controintuitivo il comportamento di un sistema.

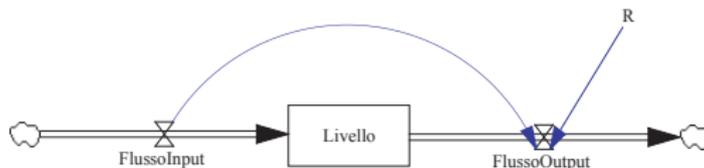
Blocco di ritardo



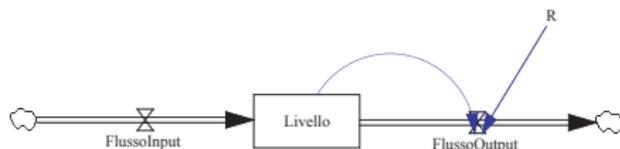
Ritardo pipeline



$$Output(t) = DELAYFIXED(Input, Ritardo, Valoreiniziale) \\ [= Input(t - Ritardo)]$$



Ritardo esponenziale (1)



$$\frac{dL(t)}{dt} + \frac{L(t)}{R} = I(t)$$

$$e^{\frac{t}{R}} \frac{dL(t)}{dt} + e^{\frac{t}{R}} \frac{L(t)}{R} = e^{\frac{t}{R}} I(t)$$

$$\frac{d[e^{\frac{t}{R}} L(t)]}{dt} = e^{\frac{t}{R}} I(t)$$

$$\int_0^t \frac{d[e^{\frac{s}{R}} L(s)]}{ds} ds = \int_0^t e^{\frac{s}{R}} I(s) ds$$

$$e^{\frac{t}{R}} L(t) - L(0) = \int_0^t e^{\frac{s}{R}} I(s) ds \Rightarrow L(t) = L(0)e^{-\frac{t}{R}} + e^{-\frac{t}{R}} \int_0^t e^{\frac{s}{R}} I(s) ds$$

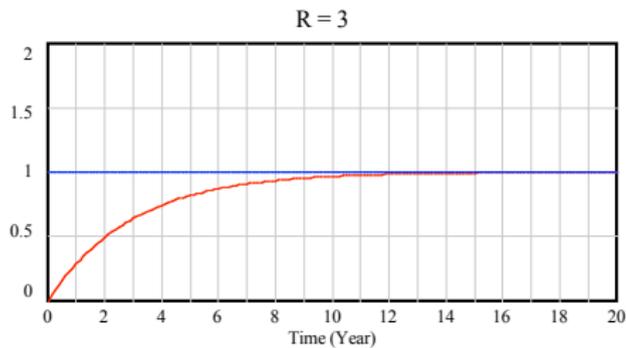
Ritardo esponenziale (2)

$$L(t) = L(0)e^{-\frac{t}{R}} + e^{-\frac{t}{R}} \int_0^t e^{\frac{s}{R}} I(s) ds$$

Caso 1: $I(t) = 1, t \in [0, +\infty)$ con $L(0) = 0$

$$\int_0^t e^{\frac{s}{R}} I(s) ds = R(e^{\frac{t}{R}} - 1)$$

$$L(t) = L(0)e^{-\frac{t}{R}} + R(1 - e^{-\frac{t}{R}}) \quad \begin{matrix} L(0) = 0 \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad L(t) = R(1 - e^{-\frac{t}{R}})$$



I : Current —————
O : Current —————

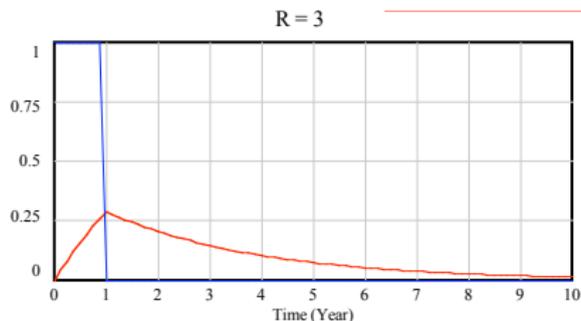
Ritardo esponenziale (3)

$$L(t) = L(0)e^{-\frac{t}{R}} + e^{-\frac{t}{R}} \int_0^t e^{\frac{s}{R}} I(s) ds$$

$$\text{Caso 2: } I(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, 1] \\ 0, & t > 1 \end{cases}$$

$$\int_0^t e^{\frac{s}{R}} I(s) ds = \begin{cases} R(e^{\frac{t}{R}} - 1) & t \in [0, 1] \\ R(e^{\frac{1}{R}} - 1) & t > 1 \end{cases}$$

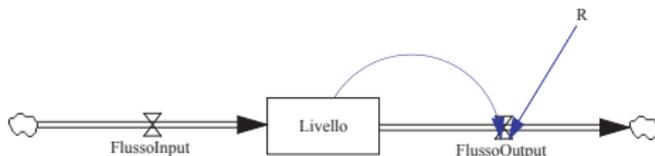
$$L(0) = 0 \Rightarrow L(t) = \begin{cases} R(1 - e^{-\frac{t}{R}}) & t \in [0, 1] \\ R(e^{-\frac{t-1}{R}} - e^{-\frac{t}{R}}) & t > 1 \end{cases}$$



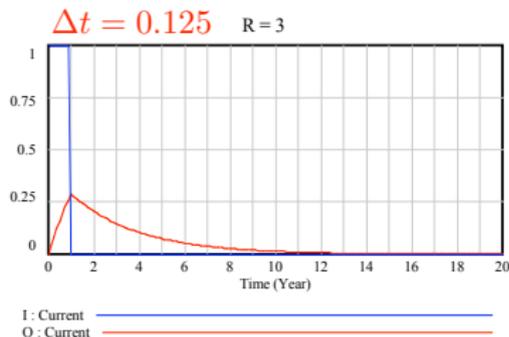
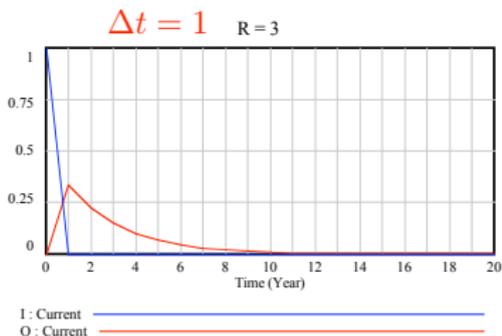
I : Current

O : Current

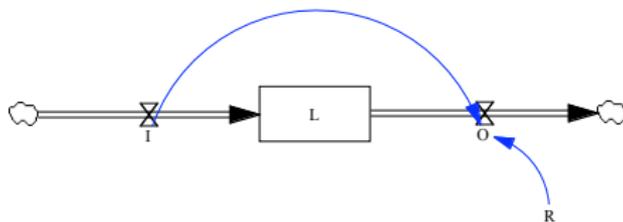
Ritardo esponenziale del primo ordine



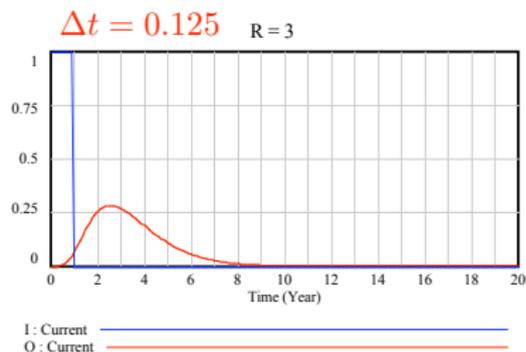
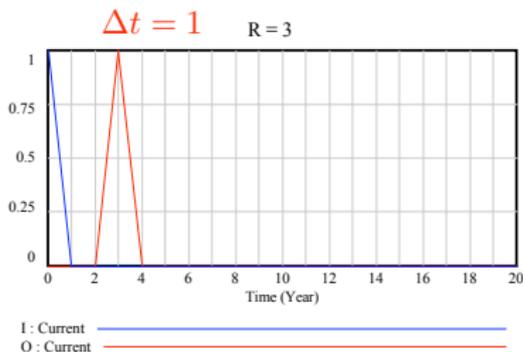
$$\text{Output}(t) = \text{DELAY1I}(\text{Input}, \text{Ritardo}, \text{Valore iniziale})$$



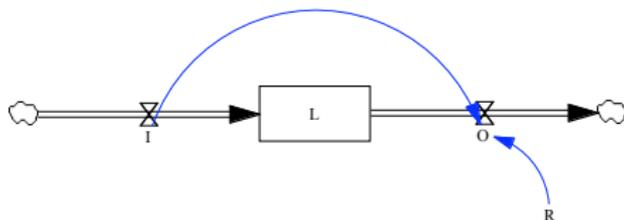
Ritardo esponenziale del terzo ordine (1)



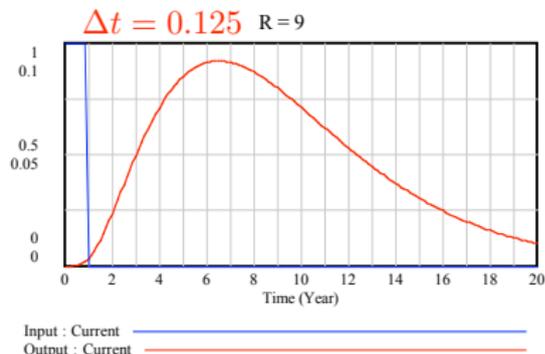
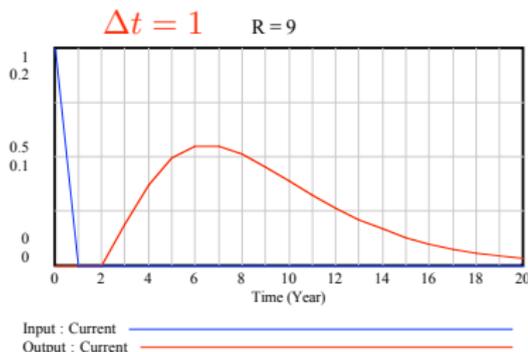
$$\text{Output}(t) = \text{DELAY3I}(\text{Input}, \text{Ritardo}, \text{Valore iniziale})$$



Ritardo esponenziale del terzo ordine (2)

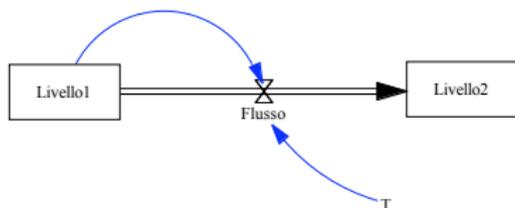


$$\text{Output}(t) = \text{DELAY3I}(\text{Input}, \text{Ritardo}, \text{Valore iniziale})$$



Flussi di materiale (1)

Consideriamo un sistema in cui ci siano due livelli ed un flusso di materiale dal primo al secondo. Sia T il tempo medio di permanenza del materiale nel primo livello, allora $1/T$ è il tasso di trasferimento, cioè la quantità di materiale che passa dal **Livello 1** al **Livello 2** nell'unità di tempo.

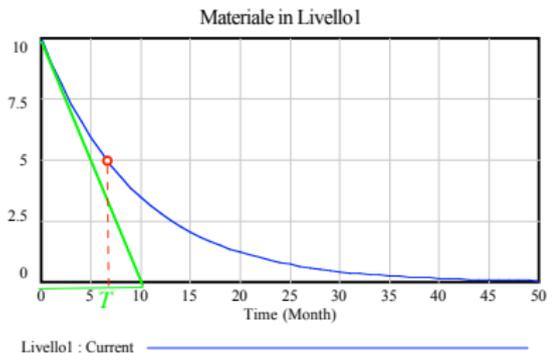


$$Flusso(t) = \frac{1}{T} \times Livello1(t)$$

Flussi di materiale (2)

- $Livello1(t) = Livello1(0) \times e^{-\frac{t}{T}}$
- $Livello1(t) = \frac{Livello1(0)}{2}$
- $e^{-\frac{t}{T}} = \frac{1}{2}$
- $\frac{t}{T} = -\ln\frac{1}{2}$
- $t^* = T \times \ln 2 = 0.693 \times T \Rightarrow T = 1.443t^*$

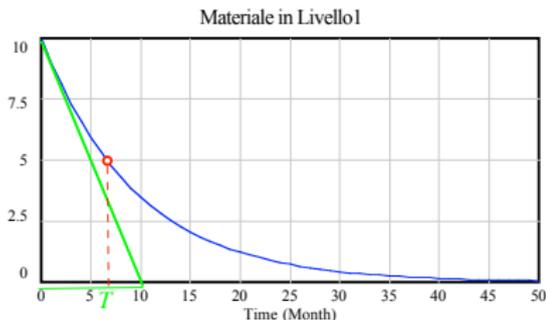
con t^* tempo di dimezzamento



Flussi di materiale (2)

- $Livello1(t) = Livello1(0) \times e^{-\frac{t}{T}}$
- $Livello1(t) = \frac{Livello1(0)}{2}$
- $e^{-\frac{t}{T}} = \frac{1}{2}$
- $\frac{t}{T} = -\ln\frac{1}{2}$
- $t^* = T \times \ln 2 = 0.693 \times T \Rightarrow T = 1.443t^*$

con t^* tempo di dimezzamento



Livello1 : Current

$$\frac{dLivello1(t)}{dt} = -\frac{1}{T} Livello1(t)$$
$$y = Livello1(0) - \frac{1}{T} Livello1(0)x$$
$$y = 0 \Rightarrow x = T$$

Ritardi: il caso del PCB(1)

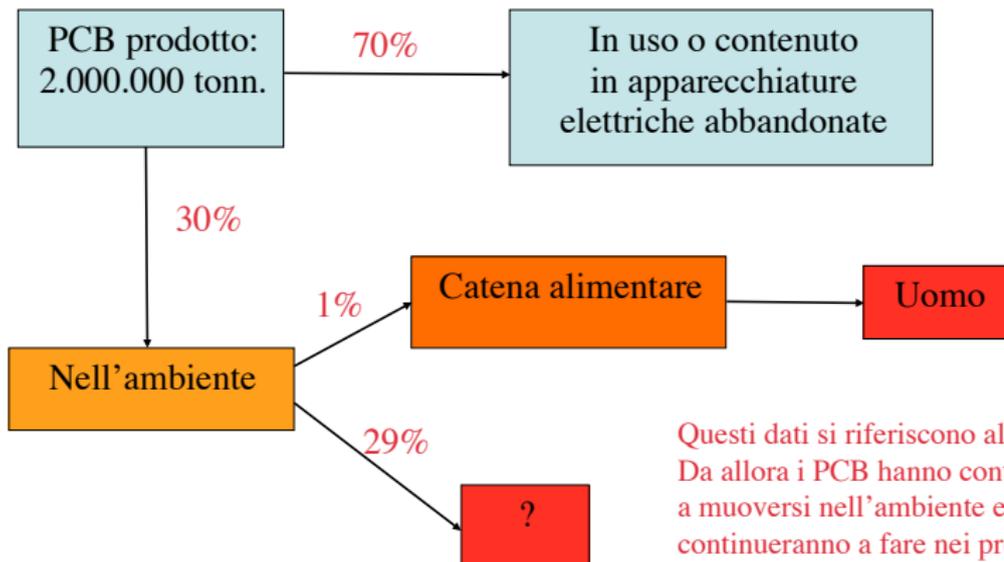
I **PCB** (PolyChlorinated Biphenyls) sono materiali chimici, stabili, oleosi, non infiammabili, usati principalmente per il raffreddamento di componenti elettriche, capacità e trasformatori.

Dal **1929** sono stati prodotti circa **2 milioni di tonnellate di PCB**, eliminati dopo l'uso indisciplinate nel terreno, nelle fogne o anche in acqua. Nel 1966 uno studio sulla diffusione del DDT nell'ambiente portò a scoprire anche la presenza dei PCB in praticamente ogni componente dell'ecosistema, dall'atmosfera alla catena del cibo. La maggior parte dei PCB sono poco solubili in acqua, ma solubili nei grassi ed hanno una vita molto lunga. Si muovono lentamente nel terreno e in acqua, fino a che non si inseriscono in qualche forma di vita, dove si accumulano nei tessuti grassi ed aumentano in concentrazione man mano che si muovono in alto nella catena alimentare. Si trovano in pesci carnivori, uccelli e mammiferi marini, nei grassi umani ed anche nel latte umano.

Interferiscono col sistema immunitario ed endocrino, in particolare con la riproduzione e lo sviluppo del feto.

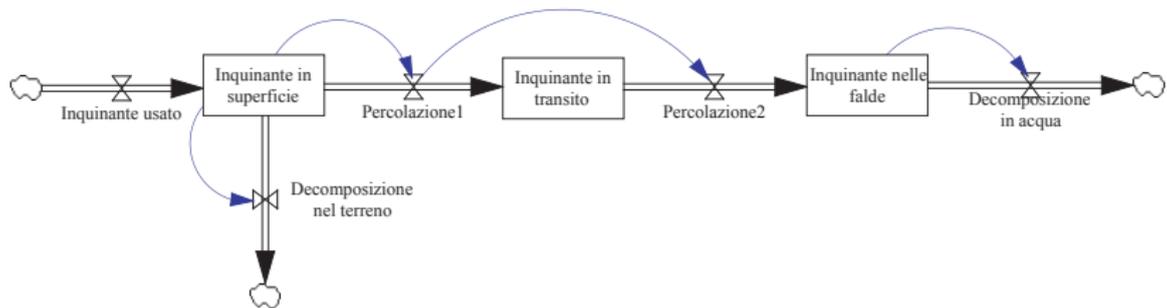
Negli anni '70 la loro produzione ed uso è stata proibita in molti paesi.

Ritardi: il caso del PCB(2)

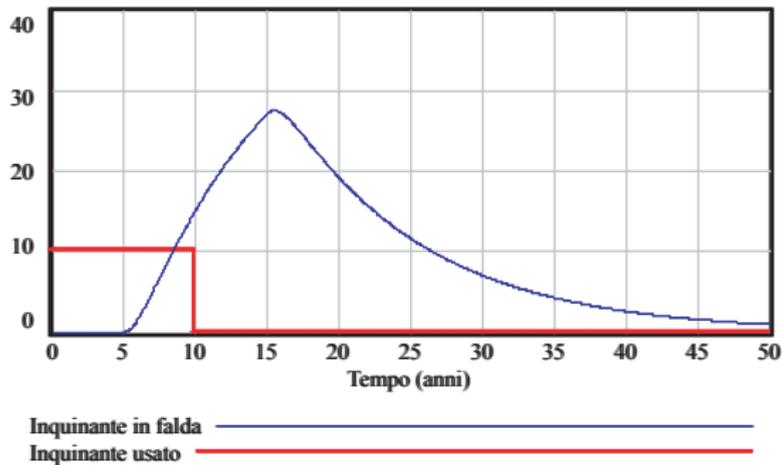


Questi dati si riferiscono al 1990. Da allora i PCB hanno continuato a muoversi nell'ambiente e lo continueranno a fare nei prossimi decenni: una vera e propria bomba a tempo!

Un semplice modello di diffusione di inquinanti



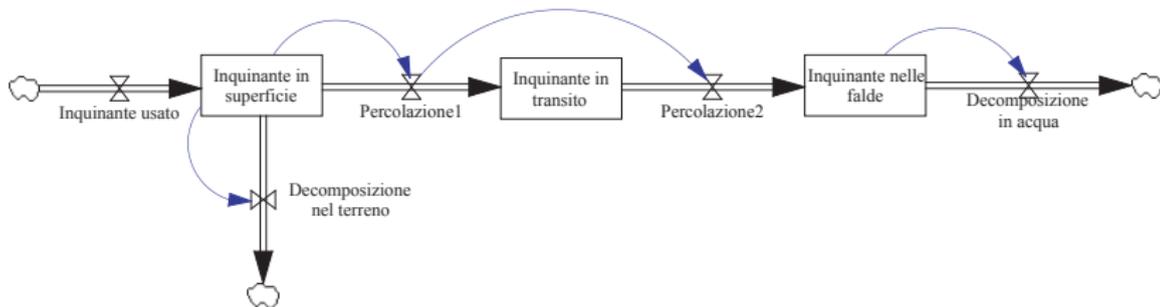
Effetti dei ritardi



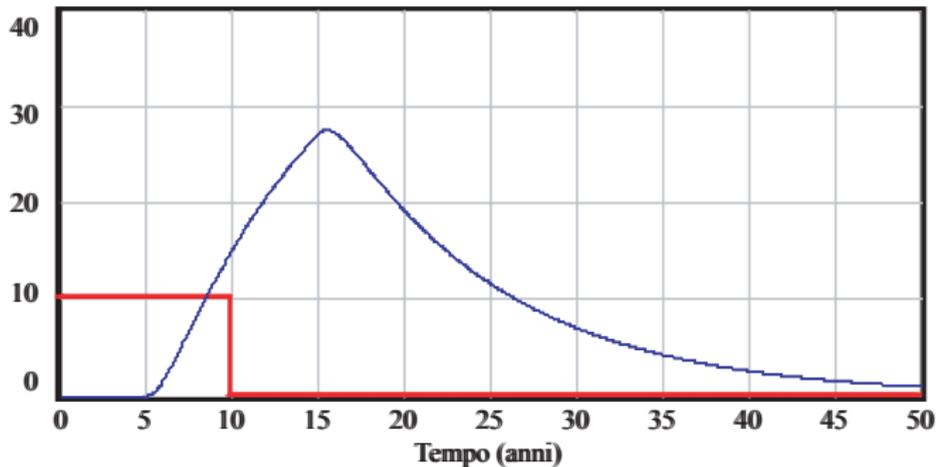
Il caso del DCPe

In Olanda, fra gli anni 1960 e 1990, fu abbondantemente usato, nelle coltivazioni di patate e di bulbi, un disinfettante del suolo, il DCPe (1-2 Dicloropropene) contenente un inquinante, il 1-2 Dicloropropano (DCPa), che ha una vita molto lunga e filtra nel terreno fino a raggiungere, dopo molto tempo (alcuni decenni) le falde acquifere, inquinandole. Pertanto anche se l'uso del DCPe è stato bandito nel 1990, ci si aspetta nei prossimi anni un inquinamento molto consistente (superiore ai livelli accettabili) delle falde.

Un modello di diffusioni di inquinanti



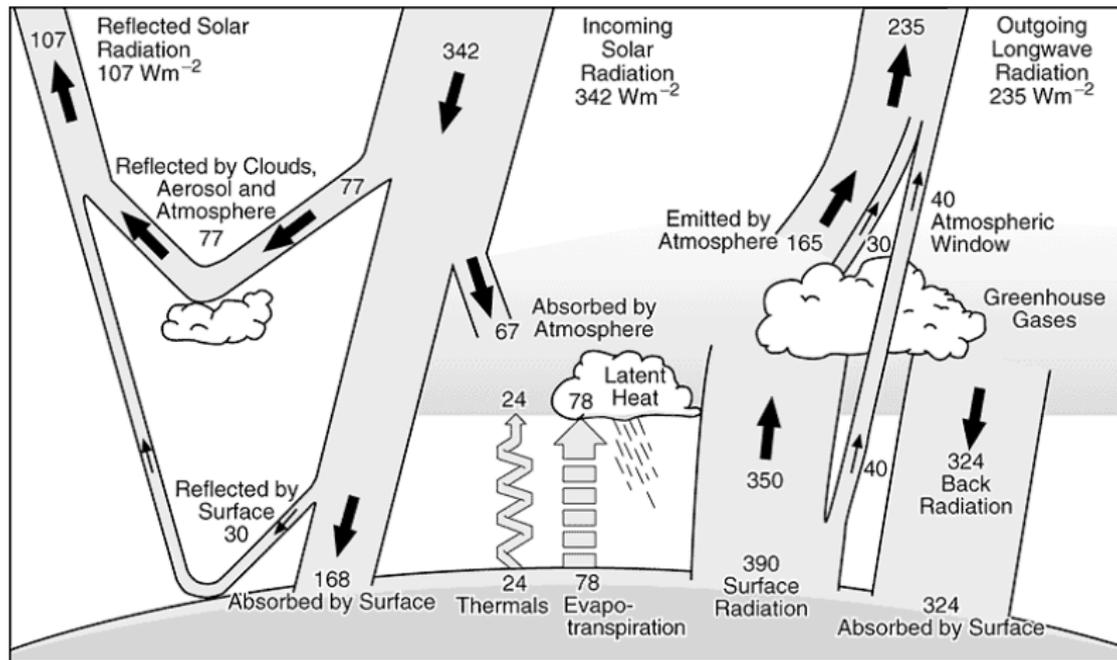
Propagazione dell'inquinamento nel tempo



Inquinante in falda

Inquinante usato

Bilancio energetico



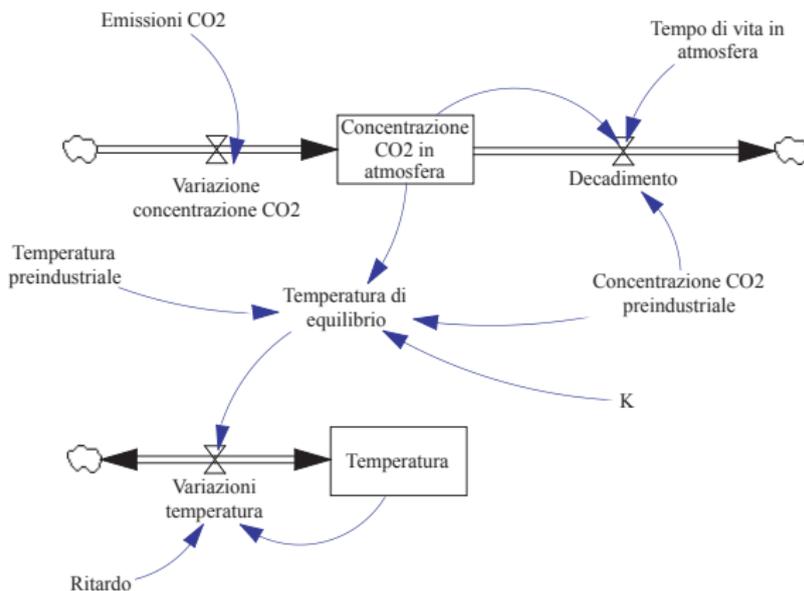
La temperatura sulla superficie terrestre - terra, strati inferiori dell'atmosfera e fascia superiore dei mari - è determinata principalmente dal bilancio fra le radiazioni solari (energia che entra per radiazione) e l'energia che viene radiata indietro nello spazio. La terra è una massa calda circondata da uno spazio freddo ed emette radiazioni la cui distribuzione di frequenza ed intensità dipende dalla sua temperatura superficiale.

Le radiazioni solari in arrivo scaldano la terra, facendone aumentare la temperatura superficiale, fino al punto in cui l'energia emessa per radiazione bilancia quella ricevuta; a questo punto la temperatura non cresce più.

La quantità di energia emessa verso lo spazio dipende pure dalla composizione dell'atmosfera. I cosiddetti *gas serra*, tra cui principalmente l'anidride carbonica (biossido di carbonio), assorbono una parte di questa energia. Quindi un aumento nella concentrazione dei gas serra fa aumentare la temperatura della terra fino a che essa non raggiunga un valore che permette di nuovo il bilanciamento tra energia in arrivo ed energia in uscita.

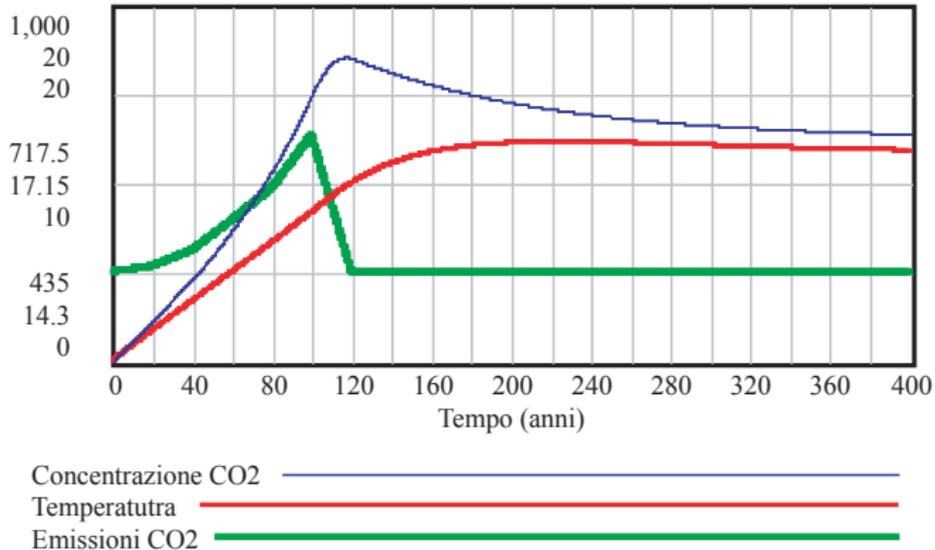
Le emissioni di gas serra sono andate crescendo in modo esponenziale dall'inizio della rivoluzione industriale. Conseguentemente la concentrazione di questi gas nell'atmosfera è anch'essa cresciuta esponenzialmente. La concentrazione nell'atmosfera di CO₂, che era prima dell'era industriale di circa 280 ppm (parti per milione), è ora di 370 ppm e tende a crescere. Attualmente c'è uno sbilancio nelle radiazioni di circa 2.4 w/m^2 , cioè la radiazione solare in arrivo supera di questa quantità la radiazione emessa dalla terra. Da qui il continuo aumento della temperatura: secondo l'IPCC la temperatura media è cresciuta nel ventesimo secolo fra 0.4 ed 0.8 °C. Il riscaldamento è stato accompagnato, fra gli altri fenomeni, dal ritirarsi dei ghiacciai, dalla diminuzione dello spessore dei ghiacci artici, e da un aumento dell'ordine di 10-20 cm del livello dei mari.

Un semplice modello

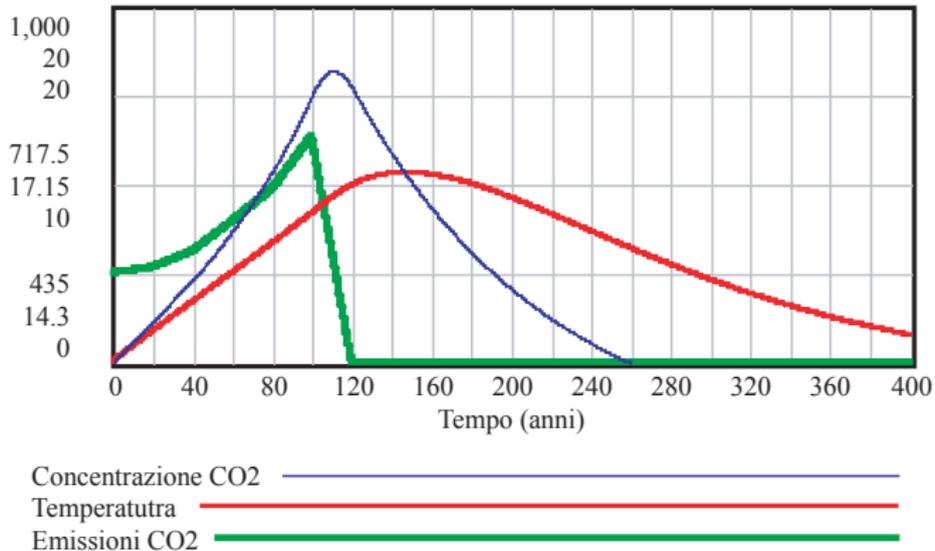


$$\text{Decadimento} = \frac{C_{CO_2} - C_{pi}}{100}; T(C_{CO_2}) = T_{pi} + K \ln \frac{C_{CO_2}}{C_{pi}}$$

Effetto dei ritardi sulla temperatura globale: risultati della simulazione (1)

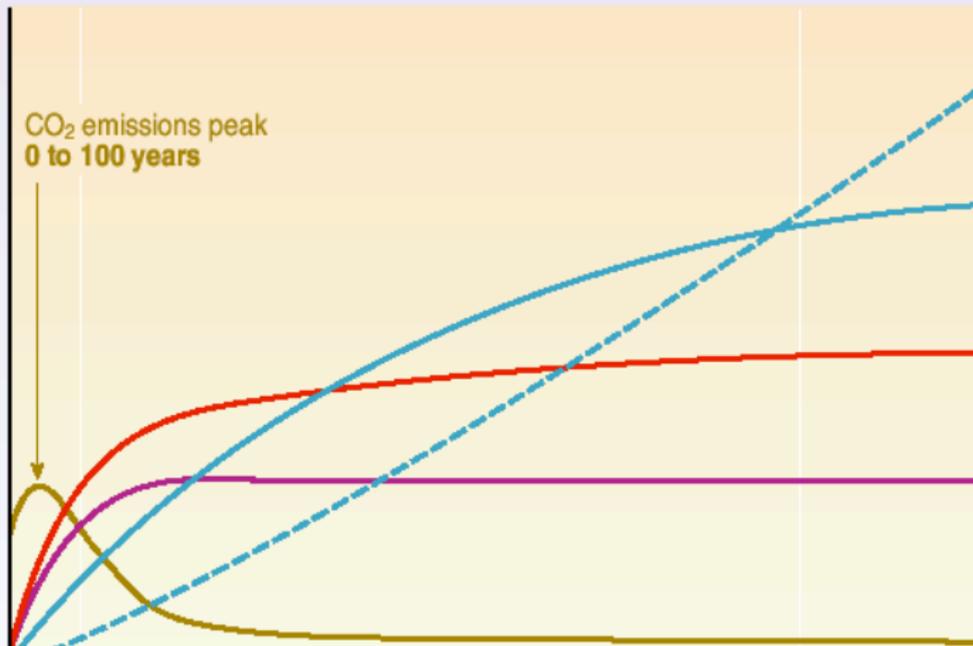


Effetto dei ritardi sulla temperatura globale: risultati della simulazione (2)



CO₂ concentration, temperature, and sea level continue to rise long after emissions are reduced

Magnitude of response



Time taken to equilibrate

Sea-level rise due to ice melt: several millennia

Sea-level rise due to thermal expansion: centuries to millennia

Temperature stabilization: a few centuries

CO₂ concentration stabilization: 100 to 300 years

CO₂ emissions