Quantum Computing

Alessandra Di Pierro

1 Esercitazione 6

Esercizio 1.1 *Considera l'operazione* $R_{|\psi\rangle} = 2|\psi\rangle\langle\psi| - I$ *dell'algoritmo di Grover. Spiega formalmente perché questa operazione é chiamata* inversione intorno alla media.

Esercizio 1.2 *Dimostra che per ogni operatore unitario* U*, si ha che:*

$$UR_{|\psi\rangle}U^{-1} = R_{U|\psi\rangle}.$$

Esercizio 1.3 *Considera la rappresentazione dell'operatore di Grover nel piano bidimensionale* (σ, τ) *data nell'Esercizio 2.3 della Lezione su "Algoritmi quantistici di ricerca":*

$$G = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}.$$

(i) *Dimostra che gli autovalori di* G *sono* $e^{i\theta}$ *e* $e^{-i\theta}$ *corrispondenti agli autovettori* $i\sigma + \tau$ *e* $\sigma + i\tau$*.*

(ii) *Esprimi lo stato*

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x\in\{0,1\}^n} |x\rangle$$

come combinazione lineare degli autovettori di G*.*

Esercizio 1.4 *Assumendo che* $n \geq 2$ *e che il numero degli* x *tali che* $f(x) = 1$ *sia* 2^{n-2}*, determina il numero delle iterazioni di* G *necessarie per massimizzare la probabilitá di successo dell'algoritmo di Grover e calcola tale probabilitá.*